Para as questões de proposições múltiplas da prova de Matemática, some os números associados às proposições corretas e transfira o resultado para o cartão-resposta.

QUESTÃO 21

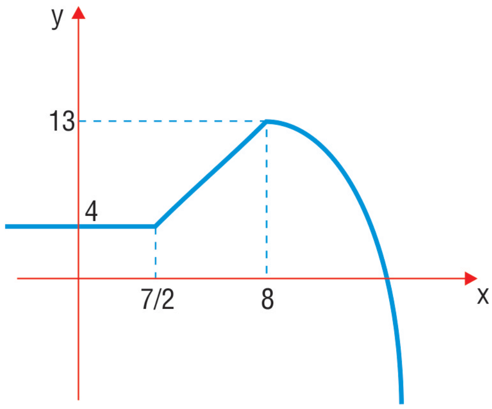
Considere a função definida pela lei $f(x) = \begin{cases} 4, se\ x < \frac{7}{2} \\ 2x - 3, se\ \frac{7}{2} \leq x < 8 \\ -x^2 + 16x - 51, se\ x \geq 8 \end{cases}$

01. O domínio da função f é $\mathbb{R}$.
02. A imagem da função f é $\mathbb{R}$.
04. O valor de $f(-\sqrt[3]{216})$ é -6.
08. A função f é crescente para $\frac{7}{2} < x < 8$, decrescente para $x \geq 8$ e constante para $x < \frac{7}{2}$.
16. O valor máximo da função f é $y = 13$.
32. Se o contradomínio da função f é $\mathbb{R}$, então f é bijetora.

RESPOSTA

Resposta: 01 + 08 + 16 = 25

$$f(x) = \begin{cases} 4, \text{ se } x < \dfrac{7}{2} \\ 2x - 3, \text{ se } \dfrac{7}{2} \leq x < 8 \\ -x^2 + 16x - 51, \text{ se } x \geq 8 \end{cases}$$



01. **Correta**.

02. **Incorreta**. A imagem da função é Im = $(-\infty; 13]$.

04. **Incorreta**. $f(-\sqrt[3]{216}) = f(-6) = 4$

08. **Correta**.

16. **Correta**.

32. **Incorreta**. Para uma função ser bijetora ela deverá ser também sobrejetora, e para uma função ser sobrejetora seu contradomínio será igual à imagem, o que não ocorre nessa função.
Obs.: a função também não é injetora.

QUESTÃO 22

Na figura a seguir, estão representadas as retas r e s e a parábola p, tais que s coincide com a bissetriz dos quadrantes ímpares e o eixo de simetria de p é paralelo ao eixo das ordenadas. Considere que as funções de domínio real indicadas por $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$ são representadas, respectivamente, por r, s e p.

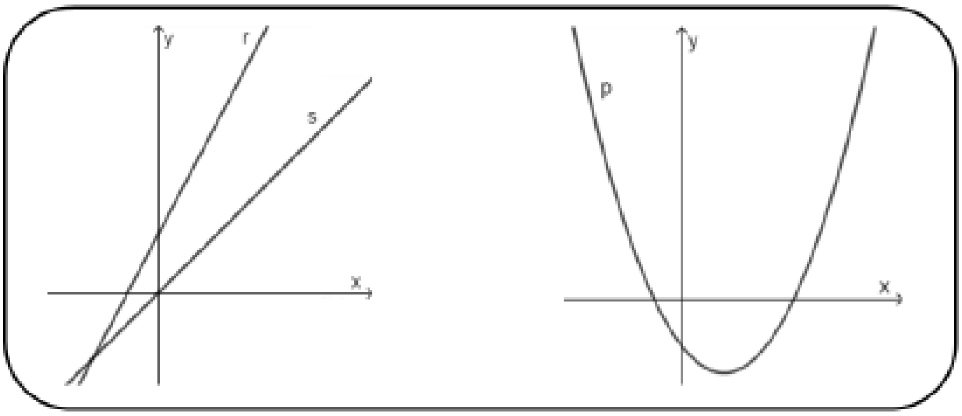


Figura: Representações das retas r e s e da parábola p.

01. A parábola indicada por p pode ser representada pela equação $y = ax^2 + bx + c$, tal que $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$ e $\Delta > 0$.
02. A reta indicada por r pode ser representada pela equação $y = ax + b$, tal que $a > 1$ e $b < 0$.
04. A reta indicada por s pode ser representada pela equação $y = ax + b$, tal que $a = 1$ e $b = 0$.
08. A função indicada por $i(x) = f(x) + g(x)$ é representada, no sistema cartesiano, por uma reta que intersecta o eixo x num ponto de abscissa positiva.
16. Se a reta t é perpendicular à reta s e intersecta o eixo y no ponto $(0; 3)$, então a equação geral de t é $x + y - 3 = 0$.

RESPOSTA

Resposta: 04 + 16 = 20

01. **Incorreta**. $y = ax^2 + bx + c$
 $a > 0$ – correto, pois a parábola tem concavidade voltada para cima.
 $b < 0$ – correto, pois $a > 0$ e sendo $b < 0$ o eixo de simetria está deslocado para a direita.
 $c > 0$ – errado, pois a parábola intercepta o eixo **y** em um valor negativo.
 $\Delta > 0$ – correto, pois a parábola tem duas raízes reais e distintas.

02. **Incorreta**. $y = ax + b$
 $a > 0$ – correto, pois a reta possui inclinação maior que 45°.
 $b < 0$ – correto, pois a reta intercepta o eixo **y** em um valor positivo.

04. **Correta**.

08. **Incorreta**. $f(x) = ax + b$ ($a > 0$ e $b > 0$)
 $g(x) = x$ (bissetriz dos quadrantes ímpares)
 $i(x) = ax + b + x$
 $i(x) = (a + 1)x + b$, a função é crescente $(a + 1) > 0$ e $b > 0$, então a reta intercepta o eixo das abscissas em um valor negativo.

16. **Correta**.

QUESTÃO 23

01. Em 1987, em Goiânia, catadores de materiais recicláveis encontraram um aparelho abandonado que era usado em tratamentos médicos de radioterapia. Ao desmontarem tal aparelho, os trabalhadores foram contaminados com césio-137 e sofreram graves problemas de saúde. Considere que, num instante inicial, havia 19 g de césio-137 e que o tempo de meia-vida desse elemento químico é de 30 anos, ou seja, o tempo que uma amostra de césio-137 leva para reduzir-se à metade é de 30 anos. Dessa forma, a função que modela a massa $m(t)$, em gramas, em função do tempo t, em anos, é dada por $m(t)\colon \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R};\ m(t) = 19 \cdot 0{,}5^t$.

02. $log_{\frac{1}{2}}3 < log_{\frac{1}{2}}2 < 0$.

04. Um triângulo ABC está inscrito numa circunferência λ de raio R. O ângulo $\hat{A}$ mede 45° e a medida do ângulo $\hat{B}$ é igual a $\frac{7}{9}$ do suplemento do ângulo $\hat{A}$. Se o segmento $\overline{BC}$ mede $\sqrt{128}\ cm$, então a área limitada pela circunferência λ é igual a $64\pi\ cm^2$.

08. Uma progressão tem seus termos organizados da seguinte forma:

1				
3	5			
7	9	11		
13	15	17	19	
21	23	25	27	29

Nessas condições, o primeiro elemento da 29ª linha é 931.

16. Desenvolvendo a expressão numérica $\left|\frac{3}{2} - \sqrt{3}\right| + \left|\sqrt{3} - \frac{7}{4}\right|$, obtém-se como resultado um número irracional.

RESPOSTA

Resposta: 02 + 04 = 06

01. **Incorreta**. Inicialmente (t = 0) havia 19 g de césio-137
Tempo de meia vida de 30 anos
Dessa forma, a função que modela a massa m(t), em gramas, em função do tempo **t**, em anos, é dada por

$m(t)\colon R_+ \to R\ ;\ m(t) = 19\ .\ 0{,}5^{\frac{t}{30}}$

02. **Correta**.

04. **Correta**.

08. **Incorreta**. A primeira linha forma uma progressão aritmética de segunda ordem (a diferença entre os termos forma uma P.A.), então:
$(1; 3; 7; 13; 21; \ldots ; A_{29})$

$a_{29} = 1 + S_{28}$
$a_n = a_1 + (n - 1)\ .\ r$
$a_{28} = 2 + 27\ .\ 2$
$a_{28} = 2 + 54$
$a_{28} = 56$

$$S_{28} = \frac{(a_1 + a_{28}) \,.\, 28}{2}$$

$$S_{28} = \frac{(2 + 56) \,.\, 28}{2}$$

$$S_{28} = 812$$

$$a_{29} = 1 + 812 = 813$$

16. **Incorreta**. Obtemos um numero irracional.

$$\left|\frac{3}{2} - \sqrt{3}\right| + \left|\sqrt{3} - \frac{7}{4}\right| = 7$$

$$= -\frac{3}{2} + \sqrt{3} + \sqrt{3} - \frac{7}{4}$$

$$= 2\sqrt{3} - \frac{13}{4}$$

QUESTÃO 24

01. Um retângulo de dimensões 2 cm e 9 cm gira em torno de um de seus lados maiores. Ao fazer um giro de 240º, ele determina um sólido cujo volume é igual a 36π cm^3.
02. A razão entre a área de um quadrado e a área do círculo circunscrito a ele é $2 \cdot \pi$.
04. Considere uma parábola em que o eixo de simetria tem equação $y = -2$, o vértice tem abscissa igual a 0 e o foco tem abscissa igual a 1. Uma equação dessa parábola é $(y+2)^2 = 4x$.
08. De um cone reto de volume V_1, diminuímos $\frac{1}{3}$ de sua altura e aumentamos $\frac{1}{3}$ do diâmetro de sua base. O volume desse novo cone será igual a $\frac{2^5}{3^3} \cdot V_1$.
16. Um terreno tem a forma de um trapézio cujas medidas da altura, da base maior e da base menor são, respectivamente, 40 m, 80 m e 50 m. Sua área é igual a $2{,}6 \times 10^{-2}$ hectares.

RESPOSTA $\boxed{}$

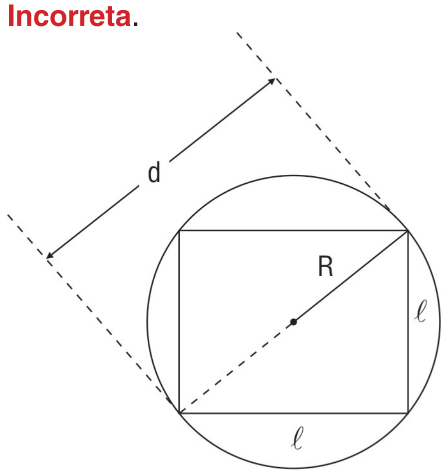
Resposta: 04 + 08 = 12

01. **Incorreta**.

$$V = \frac{240^\circ}{360^\circ} \cdot V_{cilindro}$$

$$V = \frac{2}{3} \cdot \pi R^2 \cdot H = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 9 = 24\pi \text{ cm}^3$$

02. **Incorreta**.

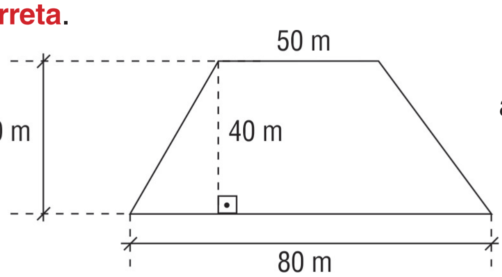


$$d = \ell\sqrt{2}$$

$$R = \frac{d}{2} = \frac{\ell\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{A_{quadrado}}{A_{círculo}} = \frac{\ell^2}{\pi R^2} = \frac{\ell^2}{\pi\left(\frac{\ell\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{2}{\pi}$$

04. **Correta**.
08. **Correta**.
16. **Incorreta**.



$$\text{área} = \frac{(B+b) \cdot h}{2} = \frac{(80+50) \cdot \overset{20}{\cancel{40}}}{\cancel{2}} = 130 \cdot 20 = 2600 \text{ m}^2$$

1 hectare ______ 10000 m^2
x ______ 2600 m^2

$$10000\,x = 2600$$

$$x = \frac{260\cancel{0}}{1000\cancel{0}} = 0{,}26 \text{ ha} = 2{,}6 \cdot 10^{-1} \text{ ha}$$

QUESTÃO 25

01. A igualdade $tg^3x = tgx.\sec^2 x - tgx$ é válida para todo $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

02. Em maio de 2018, os jornais noticiaram uma forte manifestação dos caminhoneiros em todo o Brasil. Dias antes do início do movimento, os postos de combustíveis A e B vendiam o litro de gasolina a R$ 3,70 e R$ 4,00, respectivamente. Alguns dias depois do término da manifestação, esses preços alcançaram os valores, na devida ordem, de R$ 4,43 e R$ 4,80. Admitindo que o PROCON (Programa de Proteção e Defesa do Consumidor) considere que aumentos acima de 20% são abusivos, então os dois postos cometeram práticas abusivas.

04. Um supermercado anuncia certo tipo de queijo em duas opções de preço. Na primeira, o pacote de 150 g custa R$ 3,00, enquanto que na segunda opção o pacote de 400 g custa R$ 7,20. Nessas condições, a segunda opção é mais vantajosa para o cliente.

08. O valor numérico da expressão $\frac{a^2-b^2}{\frac{a^2}{2}+ab+\frac{b^2}{2}}$ para $a = 5.184$ e $b = 3.888$ é $\frac{1}{14}$.

RESPOSTA $\boxed{}$

Resposta: 01 + 04 = 05

01. **Correta**.

02. **Incorreta**.
Posto A após aumento de 20% = 3,70 x 1,20 = 4,44. Logo, aumento para 4,43 não foi abusivo.
Posto B após aumento de 20% = 4,00 x 1,20 = 4,80. Logo, aumento para 4,80 não foi abusivo.

04. **Correta**.

08. **Incorreta**.

$$\frac{a^2-b^2}{\frac{a^2}{2}+ab+\frac{b^2}{2}} = \frac{a^2-b^2}{\frac{a^2+ab+b^2}{2}} = \frac{2\,.\,(a^2-b^2)}{a^2+ab+b^2} =$$

$$= \frac{2\,.\,(a+b)\,.\,(a-b)}{(a+b)^2} = \frac{2(a-b)}{(a+b)} = \frac{2\,.\,(5,184-3,888)}{5,184+3,888}$$

$$= \frac{2,592}{9,072} \neq \frac{1}{14}$$

QUESTÃO 26

Considere as matrizes $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & x \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ x-1 & x+1 \\ 2 & x \end{pmatrix}$ e $C = A \cdot B$.

01) Pelo menos uma das raízes da equação $detC = 0$ é um número real positivo.

~~02~~. O produto dos valores de x que fazem com que a matriz C seja singular (não admita matriz inversa) é um número ímpar.

~~04~~. Se $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é tal que $f(x) = detC - (x^3 - 92)$, então o conjunto-solução de $f(x) < 0$ é $S = \{x \in \mathbb{R};\, 0 < x < 36\}$.

08) Considere agora $x = 1$ e $y = \det(10C)$, então $log|y| = 3log2 + log7 + 2$.

RESPOSTA $\boxed{}$

Resposta: 01 + 08 = 09

Matriz C

$$C = \begin{pmatrix} 5x - 1 & x^2 + 3x + 9 \\ -x + 9 & x + 11 \end{pmatrix}$$

det C = $x^3 - x^2 + 36x - 92$

01. **Correta**. Teorema das raízes complexas.

02. **Incorreta**. Relação de Girard: considerando **a**, **b** e **c** raízes temos:
    a . b . c = 92 (par).

04. **Incorreta**.
    $f(x) = -x^2 + 36x$
    $-x^2 + 36x < 0$ temos $S = \{x \in R \mid x < 0 \text{ ou } x > 36\}$.

08. **Correta**. Para x = 1, temos det C = 56 e y = –5600.

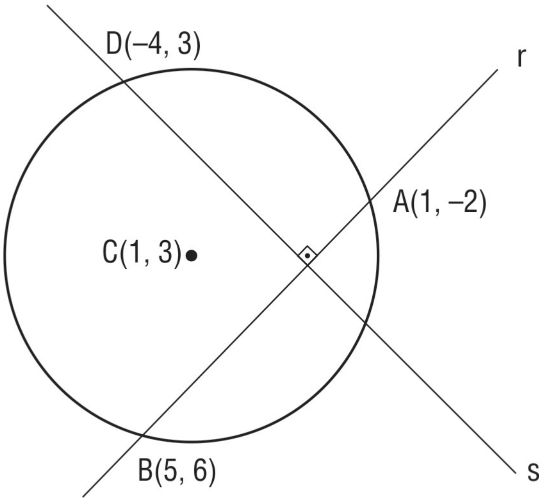
QUESTÃO 27

Duas retas r e s, perpendiculares, interceptam-se no interior de uma circunferência γ, de centro C(1,3). Os pontos de intersecção da reta r com a circunferência γ são A(1,-2) e B(5,6). O ponto D(-4,3) é intersecção da reta s com a circunferência γ.

01. A equação da circunferência γ é $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0$.
02. A equação da reta s é $x + 2y - 2 = 0$.
~~04~~. O ponto E(4,1) também é ponto de intersecção da reta s com a circunferência γ.
~~08~~. O ponto P(0,2) é ponto de intersecção das retas r e s.

RESPOSTA

Resposta: 01 + 02 = 03



01. **Correta**.
Raio = 5
$(x - 1)^2 + (x - 3)^2 = 25$
$x^2 + y^2 - 2x - 6t - 15 = 0$

02. **Correta**.
$$m_r = \frac{6-(-2)}{5-1} = \frac{8}{4} = 2$$
Como **s** é perpendicular a **r** temos:
$$m_s = -\frac{1}{2}$$
Assim:
$$m_s = \frac{6-(-2)}{5-1} = \frac{8}{4} = 2$$
$$y - 3 = -\frac{1}{2} \cdot (x + 4)$$
$s : x + 2y - 2 = 0$

04. **Incorreta**. **E** não pertence a **s**.

08. **Incorreta**. Pelo falso determinante temos que a equação de **r** é $-2x + y + 4 = 0$.
Fazendo a intersecção entre **r** e **s** encontramos P(2, 0).

QUESTÃO 28

01. Em determinada repartição, existem cinco homens e quatro mulheres. Para a realização de um trabalho, é necessário formar comissões de cinco pessoas com pelo menos três homens. Nessas condições, podem ser formadas 150 comissões distintas.

02. Sendo i a unidade imaginária, então ao efetuar $\dfrac{2-2i}{2+2i}+3i$ obtém-se um número imaginário puro.

04. O valor da expressão $\dfrac{\binom{10}{7}+\binom{10}{8}+\binom{11}{9}+\binom{12}{10}}{\binom{13}{10}}$ é um número primo.

08. Em uma cena de filme, o "herói" deve desativar uma bomba que possui exatamente cinco fios expostos. Para tanto, precisa cortar três fios específicos, um de cada vez, e em determinada ordem. Se ele cortar o fio errado, ou na ordem errada, a bomba explodirá. Nessas condições, escolhendo aleatoriamente dois fios para cortar sucessivamente, a probabilidade de a bomba explodir é menor que 85%.

RESPOSTA $\boxed{}$

Resposta: 02 + 08 = 10

01. **Incorreta**.

$\begin{cases} \text{homens} = 5 \\ \text{mulheres} = 4 \end{cases}$ Comissão de 5 pessoas $\Rightarrow$ Combinação

Pelo menos 3 homens:
3H 2M ou 4H 1M ou 5H

$C_{(5;\,3)} \cdot C_{(4;\,2)} + C_{(5;\,4)} \cdot C_{(4;\,1)} + C_{(5;\,5)}$

$\dfrac{5\,.\,4\,.\,3}{3\,.\,2} = \dfrac{4\,.\,3}{2} + \dfrac{5\,.\,4\,.\,3\,.\,2}{4\,.\,3\,.\,2}\,.\,4 + 1$

$10\,.\,6 + 5\,.\,4 + 1$

$60 + 20 + 1$

81

02. **Correta**.

04. **Incorreta**.

$$\frac{\binom{10}{7}+\binom{10}{8}+\binom{11}{9}+\binom{12}{10}}{\binom{13}{10}} = \frac{\binom{11}{8}+\binom{11}{9}+\binom{12}{10}}{\binom{13}{10}} = \frac{\binom{12}{9}+\binom{12}{10}}{\binom{13}{10}} = \frac{\binom{13}{10}}{\binom{13}{10}} = 1$$

08. Resposta UFSC: **Incorreta**.
Resposta do Energia: **Correta**.

Recurso item 08

Como temos cinco fios para escolher dois deles (onde a ordem importa), trata-se de ARRANJO.

Total de possibilidades: $A_{(5;\,2)} = \frac{5!}{3!} = \frac{5\,.\,4\,.\,3!}{3!} = 20$

Calculando a probabilidade de a bomba NÃO EXPLODIR (evento complementar), só temos 1 sequência para cortar os fios e a bomba **não explodir**:

$$P(\overline{A}) = \frac{1}{20} = 0{,}05 = 5\%$$

Ou ainda, tratando-se como eventos independentes e sucessivos, temos a probabilidade de a bomba NÃO EXPLODIR:

1º fio cortado **correto** "E" 2º fio cortado **correto**

$$P(A \cap B) = \frac{1}{5} \,.\, \frac{1}{4} = \frac{1}{20} = 0{,}05 = 5\%$$

Como $P(A) + P(\overline{A}) = 1$, temos que a probabilidade de a BOMBA EXPLODIR será de:
$P(A) + 0{,}05 = 1$
$P(A) = 1 - 0{,}05$
$P(A) = 0{,}95 = 95\%$

Ainda, por outro lado, calculando a probabilidade de a BOMBA EXPLODIR, temos duas possibilidades:

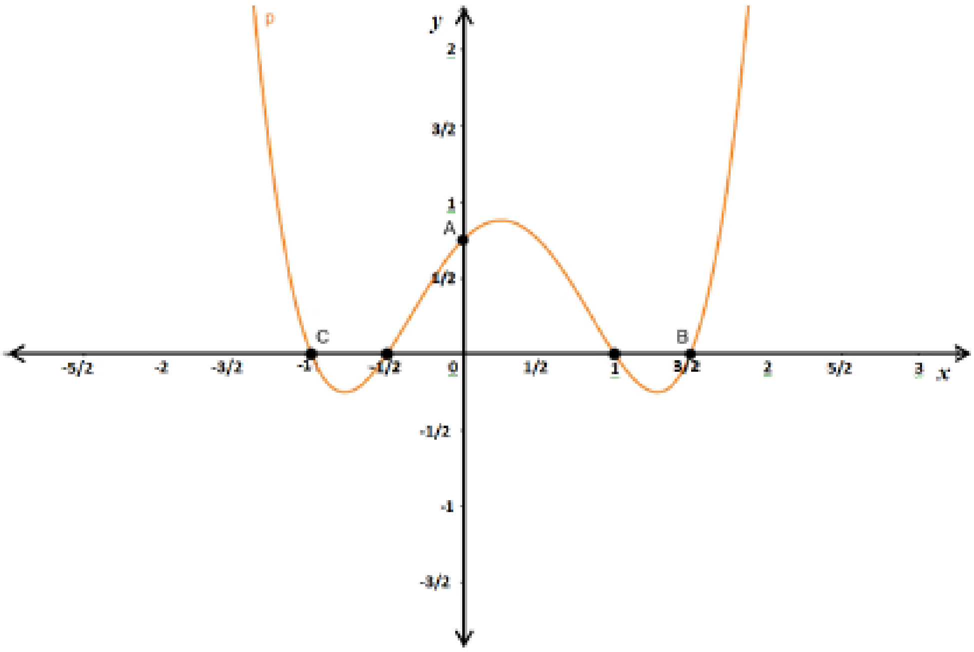
1º fio cortado **incorreto** "OU" 1º fio cortado **correto** "E" 2º fio cortado **incorreto**

$$P(A) = \frac{4}{5} + \frac{1}{5} \,.\, \frac{3}{4}$$
$$P(A) = \frac{4}{5} + \frac{3}{20}$$
$$P(A) = \frac{16}{20} + \frac{3}{2}$$
$$P(A) = \frac{19}{20} = 0{,}95 = 95\%$$

O gabarito apresenta a probabilidade de a bomba explodir como menor que 85%.

QUESTÃO 29

Considere o polinômio $p(x)$ de raízes reais distintas pertencentes ao intervalo $\left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$, cujo coeficiente do termo de maior grau é igual a 1, representado graficamente na figura a seguir.



01. O polinômio $p(x)$ é do 5º grau.
02. O resto da divisão de $p(x)$ por $d(x) = x - 3$ é 42.
04. A forma fatorada do polinômio $p(x)$ é $(x+1)(x-1)\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{3}{2}\right)$.
08. O termo independente do polinômio $p(x)$ é negativo.
16. Se $x \in \left[-1, -\frac{1}{2}\right]$, então $p(x) < 0$.
32. A área do triângulo ABC é igual a $\frac{15}{16}$ unidades de área.

RESPOSTA

Resposta: 02 + 32 = 34

Forma fatorada do polinômio dado no gráfico:

$$P(x) = 1 \cdot (x+1) \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right) \cdot (x-1) \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right)$$

01. **Incorreta**. O polinômio é de grau 4.

02. **Correta**. Utilizando o teorema do resto temos:

$$\text{Resto} = P(3) = 1 \cdot (3+1) \cdot \left(3 + \frac{1}{2}\right) \cdot (3-1) \cdot \left(3 - \frac{3}{2}\right)$$

$$P(3) = 1 \cdot 4 \cdot \left(\frac{7}{2}\right) \cdot 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)$$

$$P(3) = 42$$

04. **Incorreta**. De acordo com a forma fatorada exposta no início.

08. **Incorreta**. O termo independente é positivo de acordo com o gráfico.

16. **Incorreta**. Se $x \in \left[-1, -\frac{1}{2}\right]$, então $P(x) \leq 0$.

32. **Correta**. Encontrando o termo independente através de $P(0) = \frac{3}{4}$.

$$A = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2} + 1\right) \cdot \frac{3}{4} = \frac{15}{16}$$

QUESTÃO 30

O dólar americano (US\$) é moeda bastante usada em transações financeiras internacionais, mas, em decorrência de vários fatores, o seu preço pode variar bastante. Em um dia de forte variação, o preço, em reais, de venda e de compra de um dólar americano comercializado no Brasil foi descrito, respectivamente, pelas funções $V(t) = 3{,}8 + 0{,}4sen\left(\frac{\pi}{4}t\right)$ e $C(t) = 3{,}5 + 0{,}5sen\left(\frac{\pi}{4}t\right)$, nas quais t representa o tempo medido, em horas, sendo que $t \in \mathbb{R}$ e $8 \leq t \leq 17$.

01. Os valores máximo e mínimo do preço do dólar para venda foram de, respectivamente, R\$ 3,80 e R\$ 0,40.
02. Apenas para $t = 13h$, o preço de compra do dólar foi de R\$ 3,30.
04. Uma pessoa que comprou US\$ 130,00 quando $t = 8h$ e vendeu essa quantia quando $t = 14h$ perdeu R\$ 13,00. Contudo, se a venda fosse feita quando $t = 16h$, obteria um lucro de R\$ 39,00.
08. Usando cartão de crédito, uma pessoa comprou um produto em um *site* americano ao preço de US\$ 50,00. Considerando que a cobrança da fatura do cartão de crédito ocorre segundo o preço de compra sempre às $17h$, então o produto custou mais do que R\$ 175,00.
16. Para cada t pertencente ao intervalo $\{t \in \mathbb{R};\ 12 < t < 16\}$, a diferença entre o preço de venda e o preço de compra foi maior que US\$ 0,30.

RESPOSTA $\boxed{}$

Resposta: 04 + 08 + 16 = 28

01. **Incorreta**.

$$v(t) = 3{,}8 + 0{,}4\ .\ \text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\ .\ t + 0\right)\begin{cases} a = 3{,}8 \\ b = 0{,}4 \text{ e Amp} = 0{,}4 \\ c = \dfrac{\pi}{4} \\ d = 0 \end{cases}$$

Imagem = [a – Amp; a + Amp] = [3,8 – 0,4; 3,8 + 0,4]
Imagem = [3,4; 4,2]

Logo, o valor máximo do dólar é R\$4,20, e o valor mínimo do dólar é R\$3,40.

02. **Incorreta**. Para t = 13, o preço de compra do dólar é:

$$C(13) = 3{,}5 + 0{,}5\ .\ \text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\ .\ 13\right)$$

$$C(13) = 3{,}5 + 0{,}5\ .\ \text{sen}\left(585^\circ\right)$$

$$C(13) = 3{,}5 + 0{,}5\ .\ \text{sen}\left(225^\circ\right)$$

$$C(13) = 3{,}5 + 0{,}5\ .\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \simeq 3{,}15$$

04. **Correta**.

08. **Correta**.

16. **Correta**.