QUESTÃO 21

Em relação às proposições abaixo, é CORRETO afirmar que:

01. A função $f: \mathbb{R}-\{2\} \to \mathbb{R}-\{2\}$ definida por $f(x)=\dfrac{2x+3}{x-2}$ satisfaz $(f \circ f)(x)=x$ para todo $x \in \mathbb{R}-\{2\}$. Se f^{-1} é a função inversa da f, então f^{-1} coincide com a f.

02. Considere a função $g(x)=\begin{cases} 3x-2, & \text{se } x<0 \\ 5x, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$. O domínio da função g é $\mathbb{R}$ e o conjunto imagem é $\mathbb{R}$.

04. Se a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é definida por $f(x)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$, então f é decrescente e sobrejetiva.

08. Seja $A \subset \mathbb{R}$ com $A \neq \varnothing$. Se $f: A \to \mathbb{R}$ é uma função estritamente crescente em A, então f é injetiva.

16. Considere a função definida por $f(x)=\sqrt{x+a^2}$, sendo $a \in \mathbb{R}_+^*$. Então, $f(81)=9+a$.

Resposta: 09

Comentário

01. Correta.

$$f(x)=\frac{2x+3}{x-2}$$

$$f(f(x))=\frac{2\,.\left(\dfrac{2x+3}{x-2}\right)+3}{\left(\dfrac{2x+3}{x-2}\right)-2}=\frac{\dfrac{4x+6+3x-6}{(x-2)}}{\dfrac{2x+3-2x+4}{(x-2)}}=\frac{7x}{7}=x$$

Cálculo da inversa de f(x):

$$y=\frac{2x+3}{x-2} \Rightarrow x=\frac{2y+3}{y-2}$$

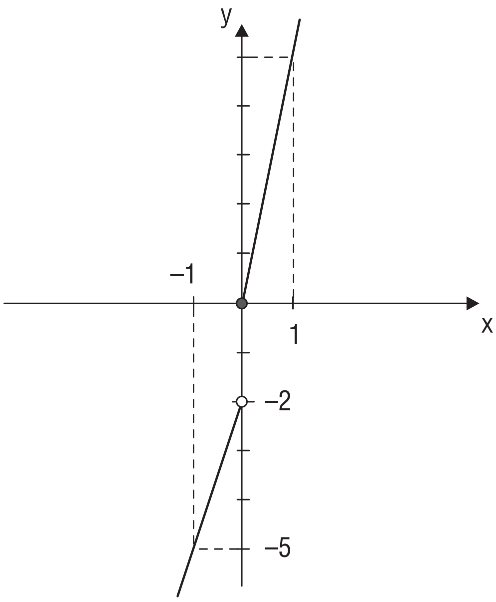
$$x(y-2)=2y+3$$
$$xy-2x=2y+3$$
$$xy-2y=2x+3$$
$$y=\frac{2x+3}{x-2}$$

Logo:

$$f^{-1}(x)=\frac{2x+3}{x-2}$$

Portanto, (fof) (x) = (fof^{-1}) (x) $\Rightarrow$ f^{-1}(x) coincide com f(x).

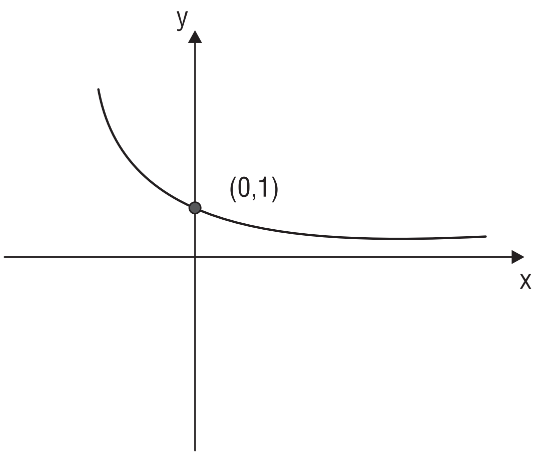
02. Incorreta.



D = R
Im =]–∞, –2[∪ [0, +∞[

04. Incorreta. f : R → R ⇒ D = R e CD = R

Gráfico ⇒ $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



D = R e Im = R_+^*

Portanto, descrescente e não sobrejetiva.

08. Correta. Função injetora → ($x_1 \neq x_2 \Rightarrow y_1 \neq y_2$)
Logo, se **f** é estritamente crescente, **f** é injetiva.

16. Incorreta. $f(x) = \sqrt{x + a^2} \rightarrow f(81) = \sqrt{81 + a^2}$

QUESTÃO 22

Em relação às proposições abaixo, é CORRETO afirmar que:

01. O quociente de um número racional por um número irracional é sempre um número irracional.
02. Se $A=\{a,\{a\}\}$, então $\{a\}\in A$ e $\{\{a\}\}\in A$.
04. Não existe número inteiro que satisfaça a inequação $\dfrac{x^2+1}{(3x-2)\cdot(5x-3)}\le 0$.
08. O conjunto solução da equação $|2x-3|=-1$ é vazio.
16. Considere a função $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=-|x|+3$. A área da região plana (fechada) delimitada pelo gráfico da função f e pelo eixo x é de 9 unidades de área.

Resposta: 28

Comentário

01. Incorreta. Exemplo: $\dfrac{0}{\sqrt{2}}=0\ \in\ Q$

02. Incorreta.

A = {a, {a}}
(V) {a} ∈ A
(F) {{a}} ∈ A

04. Correta.

$$\frac{x^2+1}{(3x-2)(5x-3)}\le 0$$

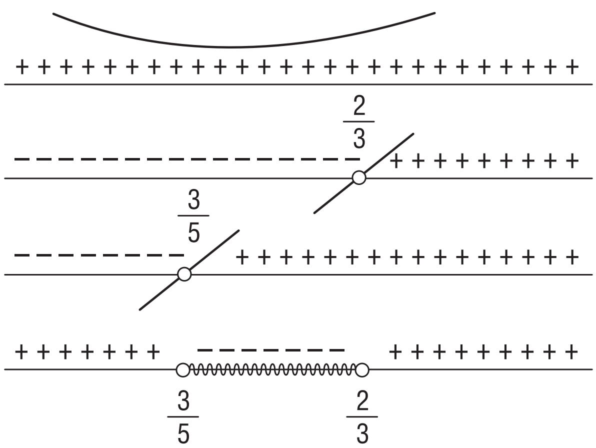
Cálculo das raízes:

$x^2+1=0 \Rightarrow x\notin R$

$3x-2=0 \Rightarrow x=\dfrac{2}{3}$

$5x-3=0 \Rightarrow x=\dfrac{3}{5}$

Estudo dos sinais



$$S=\left\{x\in R\,/\,\frac{3}{5}<x<\frac{2}{3}\right\}$$

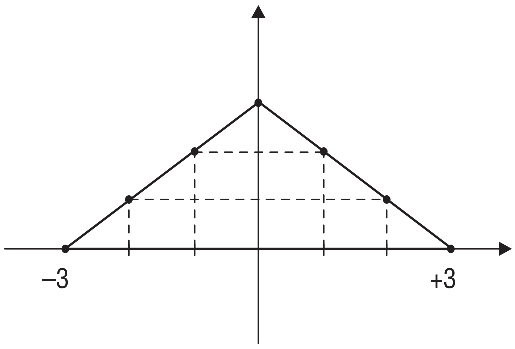
Portanto, não possui solução inteira.

08. Correta. $|2x-3|=-1 \Rightarrow S=\varnothing$

16. Correta. f(x) = –|x| + 3

Gráfico

x	y
3	0
2	1
1	2
0	3
–1	2
–2	1
–3	0



$$S_{\triangle} = \frac{6\,.\,3}{2} = 9 \text{ u.a.}$$

QUESTÃO 23

Em relação às proposições abaixo, é CORRETO afirmar que:

01. Em geral, o produto de matrizes não satisfaz a propriedade comutativa. Se A e B são quaisquer matrizes quadradas de ordem n $(n \in \mathbb{N}^*)$, então $(A+B)^2 = A^2 + 2A \cdot B + B^2$.

02. O sistema $\begin{cases} 2x+4y-2z=0 \\ x+2y-z=0 \\ 3x-y+z=0 \end{cases}$ tem única solução.

04. Se $f(x) = ax^2 + bx + c$ tal que $f(0)=1$, $f(2)=3$ e $f(-1)=3$, então $a+b+3c$ é um número ímpar.

08. Se A é uma matriz quadrada de ordem $n \geq 2$ $(n \in \mathbb{N})$ com $\det(A)=5$ e $B = 2A \cdot A^T$, então $\det(B) = 50$.

16. Se $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ é uma matriz inversível, então $\det(A^{-1}) = \dfrac{1}{ad-bc}$.

32. Se $A = (a_{ij})_{3\times2}$ com $a_{ij} = 2i - 3j$, $B = (b_{ij})_{2\times3}$ com $b_{ij} = 2i + j$ e $C = A \cdot B$, então $3c_{32} = 36$.

Resposta: 52

Comentário

01. Incorreta. A . B ≠ B . A geralmente, logo $(A + B)^2 = (A + B) . (A + B)$.

02. Incorreta.

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

D = 4 – 12 + 2 + 12 – 2 – 4
D = 0

Logo, o sistema é indeterminado.

04. Correta.

$f(x) = ax^2 + bx + c$
$f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c$

$1 = c$

$f(2) = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 1$
$3 = 4a + 2b + 1$
$2 = 4a + 2b$ (I)

$f(-1) = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + 1$
$3 = a - b + 1$
$2 = a - b$(II)

Resolvendo o sistema entre (I) e (II).

$$\begin{cases} 4a + 2b = 2 \\ a - b = 2 \end{cases}$$

$a = 1$ e $b = -1$

$a + b + 3c = 3$

08. Incorreta.

$\det(B) = \det . (2A . A^t)$
$\det(B) = \det . 2A . \det(A^t)$
$\det(B) = 2^n . \det . (A) . \det(A^t)$
$\det(B) = 2^n . 5 . 5$

Não é possível concluir o valor do det (B) sem o valor de **n**.

16. Correta.

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \qquad \det(A) = ad - bc$$

$$\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$$

$$\det(A^{-1}) = \frac{1}{ad - bc}$$

32. Correta.

$C = A . B$
$C_{3,2}$ é igual ao produto da linha 3 da matriz A pela coluna 2 da matriz B.

$a_{ij} = 2i - 3j$
$a_{31} = 2 . 3 - 3 . 1 = 3$
$a_{32} = 2 . 3 - 3 . 2 = 0$

$b_{ij} = 2i + j$
$b_{12} = 2 . 1 + 2 = 4$
$b_{22} = 2 . 2 + 2 = 6$

$$C_{32} = \begin{pmatrix} a_{31} & a_{32} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} b_{12} \\ b_{22} \end{pmatrix}$$

$$C_{32} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$C_{32} = 3 . 4 + 0 . 6$
$C_{32} = 12$

$3 . C_{32} = 3 . 12 = 36$

QUESTÃO 24

Em relação às proposições abaixo, é CORRETO afirmar que:

01. Se $\operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right)=\frac{1}{3}$, então o valor de $(\operatorname{sen} x+\cos x)$, com x no primeiro quadrante, é $\frac{7+4\sqrt{2}}{9}$.

02. A função $f(x)=\cos\left(\frac{x+\pi}{2}\right)$ é uma função par e tem período 4π.

04. O menor valor assumido pela função $g(x)=2+\operatorname{sen}(3x)$ é -1.

08. O valor de $\sec\left(-\frac{13\pi}{3}\right)$ é $\frac{1}{2}$.

16. O domínio da função $h(x)=\operatorname{tg}\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ é o conjunto $D=\left\{x\in\mathbb{R} \mid x\neq\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Resposta da UFSC: 03
Resposta do Energia: 01

Comentário

01. Correta. Aplicando a relação fundamental:

$$\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)=1-\operatorname{sen}^2\left(\frac{x}{2}\right)=1-\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{8}{9}$$

$$\cos\left(\frac{x}{2}\right)=\pm\sqrt{\frac{8}{9}}\xrightarrow{1^{\text{o}}\text{Q}}\cos\left(\frac{x}{2}\right)=\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Aplicando fórmulas do arco duplo:

$$\operatorname{sen} x = 2\,.\,\operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right).\cos\left(\frac{x}{2}\right)=2\,.\,\frac{1}{3}\,.\,\frac{2\sqrt{2}}{3}=\frac{4\sqrt{2}}{9}$$

$$\cos x=\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)-\operatorname{sen}^2\left(\frac{x}{2}\right)=\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2-\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{7}{9}$$

$$\text{Logo: } (\operatorname{sen} x+\cos x)=\frac{4\sqrt{2}}{9}+\frac{7}{9}=\frac{4\sqrt{2}+7}{9}$$

02. Incorreta.

$$f(x)=\cos\left(\frac{x+\pi}{2}\right)=\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{2}\right)$$

Aplicando a fórmula da soma de arcos:

$$\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{2}\right)=\cos\left(\frac{x}{2}\right).\underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)}_{=0}-\operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right).\underbrace{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)}_{=1}=-\operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$\text{Logo: } f(x)=-\operatorname{sen}\left(\frac{1}{2}\,.\,x\right)$$

Período de $f(x) = p = \dfrac{2\pi}{|c|} = \dfrac{2\pi}{\left|\dfrac{1}{2}\right|} = \dfrac{2\pi}{\dfrac{1}{2}} = 4\pi$

Paridade de f(x): uma função é par se, e somente se, f(–x) = f(x). Isso não ocorre neste caso, pois:

$$f(-x) = -\text{sen}\left(\frac{1}{2}\,.\,(-x)\right) = \underbrace{-\text{sen}\left(-\frac{x}{2}\right) = -\left(-\text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)\right)}_{4^{\text{º}}\ Q} = \text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$$

Logo: $f(-x) \neq f(x)$ e f(x) não é par.

04. Incorreta.

$$g(x) = 2 + \text{sen}\,(3x) = \underset{a}{\underset{\uparrow}{2}} + \underset{b}{\underset{\uparrow}{1}}\,.\,\text{sen}\,(3x)$$

Cálculo do conjunto imagem de g(x):
Im = [a – b, a + b] = [2 – 1, 2 + 1] = [1, 3]
Logo, o valor mínimo de g(x) é 1.

08. Incorreta.

$-\dfrac{13\pi}{3}$ equivale a -780°.

Somando três voltas completas, temos:
$-780^\circ + 3\,.\,360^\circ = -780^\circ + 1080^\circ = 300^\circ$

Logo: $\sec\left(-\dfrac{13\pi}{3}\right) = \sec 300^\circ = +\sec 60^\circ = \dfrac{1}{\cos 60^\circ} = 2$

16. Incorreta.

$$h(x) = \text{tg}\,\underbrace{\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)}_{\alpha} = \text{tg}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$$

Condição de existência: $\cos\alpha \neq 0 \rightarrow \alpha \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi\,.\,k$

$$2x + \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$2x \neq \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} + \pi k$$

$$2x \neq \frac{\pi}{6} + \pi k$$

$$\boxed{x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}}$$

QUESTÃO 25

Em relação às proposições abaixo, é CORRETO afirmar que:

01. Um polinômio $p(x)$, com coeficientes reais, é tal que $p(0)=2$ e $p(-1)=3$. Se $r(x)$ é o resto da divisão de $p(x)$ por x^2+x, então $r(7)=-5$.

02. Considere a equação $x^3-4x^2+mx+30=0$, em que m é uma constante real. Se $r_1=2$, r_2 e r_3 são as raízes dessa equação, então $r_1+r_2+r_3$ é um número divisível por 2.

04. Se $q(x)$ é o polinômio dado por $q(x)=a^n x^n+a^{n-1}x^{n-1}+a^{n-2}x^{n-2}+\cdots+a^2x^2+ax+1$, sendo $a\in\mathbb{R}-\{1\}$, então o valor de $q(1)$ é $\dfrac{a^n-1}{a-1}$.

08. Sejam x, y e z números reais positivos. O valor de A que satisfaz a expressão $\log A=\frac{1}{5}\left[3\log x-\frac{1}{2}\log y+\log(xz)\right]$ é $\sqrt[5]{\dfrac{x^4z}{\sqrt{y}}}$.

Resposta: 11

Comentário

01. Correta.

$$\begin{array}{l|l} P(x) & x^2+x \\ \hline R(x) & Q(x) \end{array} \rightarrow$$

Como o divisor é de grau 2, o resto R(x) deve ser de no máximo grau 1, ou seja, R(x) = ax + b.

$P(x) = (x^2 + x)\ .\ Q(x) + R(x)$
$P(x) = (x^2 + x)\ .\ Q(x) + ax + b$
$P(0) = (0^2 + 0)\ .\ Q(0) + a\ .0 + b = 2 \rightarrow b = 2$
$P(-1) = ((-1)^2 + (-1))\ .\ Q(-1) + a\ .\ (-1) + b = 3 \rightarrow -a + b = 3$

Logo: $-a + 2 = 3 \therefore a = -1$

Substituindo em R(x) = ax + b, temos:

$R(x) = -1\ .\ x + 2$

Assim, temos:

$R(7) = -1\ .\ 7 + 2 = -5$

02. Correta. $x^3 - 4x^2 + nx + 30 = 0$

Aplicando Girard:

$r_1 + r_2 + r_3 = \dfrac{-b}{a} = -\dfrac{-4}{1} = 4$

Como 4 é múltiplo de 2, é verdadeira.

04. Incorreta.

$q(1) = 1 + a + a^2 + \ldots a^n$ (soma em P.G.)

$q(1) = \dfrac{a_n.q - a^1}{q-1} = \dfrac{a^n.a-1}{a-1} = \dfrac{a^{n+1}-1}{a-1}$

08. Correta.

$$\log A = \frac{1}{5}\left[\log x^3 - \log\sqrt{y} + \log(x.z)\right]$$

$$\log A = \frac{1}{5}\left[\log\left(\frac{x^3.x.z}{\sqrt{y}}\right)\right] = \log\left(\frac{x^4.z}{\sqrt{y}}\right)^{\frac{1}{5}}$$

$$\text{Logo}: A = \sqrt[5]{\frac{x^4.z}{\sqrt{y}}}$$

QUESTÃO 26

Guardadas as condições de existência, determine o valor numérico da expressão $\dfrac{(x^3 - 14x^2 + 49x)\cdot(ax - bx + 7a - 7b)}{(x^2 - 49)\cdot(2a - 2b)\cdot(7x - 49)}$ para $x = 966$ e transfira seu resultado para o cartão-resposta.

Resposta: 69

Resolução

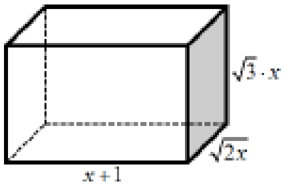
$$\frac{(x^3 - 14x^2 + 49)\,.\,(ax - bx + 7a - 7b)}{(x^2 - 49)\,.\,(2a - 2b)\,.\,(7x - 49)} \rightarrow \frac{x\,.\,(x^2 - 14x + 49)\,.\,(x\,.\,(a - b) + 7\,.\,(a - b))}{(x + 7)\,.\,(x - 7)\,.\,2\,.\,(a - b)\,.\,7\,.\,(x - 7)}$$

$$\frac{x\,.\,(x - 7)^2\,.\,(a - b)\,.\,(x + 7)}{(x + 7)\,.\,(x - 7)\,.\,2\,.\,(a - b)\,.\,7\,.\,(x - 7)} \rightarrow \frac{x}{2\,.\,7} \rightarrow \frac{966}{14} = 69$$

QUESTÃO 27

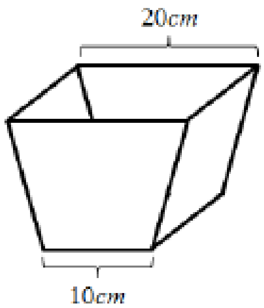
Em relação às proposições abaixo, é CORRETO afirmar que:

01. No paralelepípedo abaixo, a medida da sua diagonal é expressa por uma função quadrática.



02. Se um reservatório de água tem a forma de cilindro equilátero e seu diâmetro interno mede $4\ m$, então, considerando $\pi = 3{,}14$, a capacidade desse reservatório é de $50.240\ L$.

04. Um pequeno cesto de lixo tem a forma de tronco de pirâmide e suas dimensões internas estão indicadas na figura. Se a altura do cesto é $15\ cm$, então seu volume é $3.500\ cm^3$.



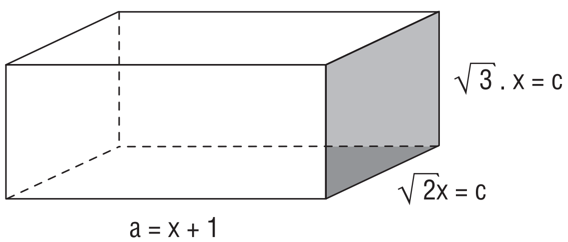
08. Um pote para guardar alimentos tem a forma de um prisma reto de base triangular. Sua base é um triângulo retângulo e suas dimensões formam uma progressão aritmética de razão $5\ cm$. Se sua altura mede $10\ cm$, então a área total desse prisma é $750\ cm^2$.

16. Um filtro de café tem a forma de um cone cuja medida interna de seu diâmetro é $20\ cm$. Se a medida interna da geratriz é $26\ cm$, então sua capacidade é menor que $2\ L$.

Resposta: 06

Comentário

01. Incorreta.

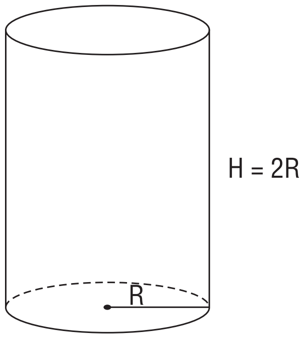


Diagonal D

$$D^2 = a^2 + b^2 + c^2$$
$$D^2 = (x+1)^2 + (\sqrt{2x})^2 + (\sqrt{3}\,.x)^2$$
$$D^2 = x^2 + 2x + 1 + 2x + 3x^2$$
$$D = \sqrt{4x^2 + 4x + 1}$$

Logo, a diagonal não é expressa por uma função quadrática.

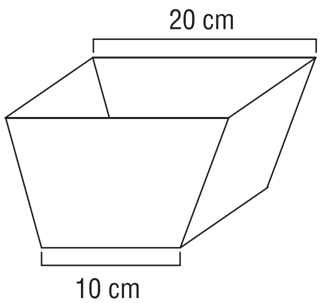
02. Correta.



Temos que R = 2 m e H = 4 m.

$V = \pi \,.\, R^2 \,.\, H \rightarrow V = \pi \,.\, 2^2 \,.\, 4 \rightarrow V = 50{,}24\ m^3 \rightarrow V = 50\ 240\ L$

04. Correta. A altura do tronco é 15 cm.



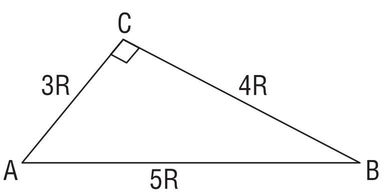
$$v = \frac{h_t}{3} \,.\, (A_B + A_b + \sqrt{A_B \,.\, A_b})$$

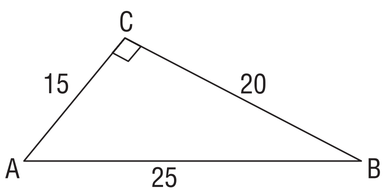
$$v = \frac{15}{3} \,.\, (20^2 + 10^2 + \sqrt{20^2 \,.\, 10^2})$$

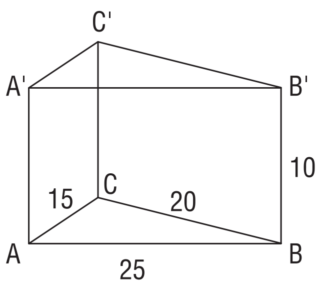
$$v = 5 \,.\, (400 + 100 + 200)$$

$$v = 3500\ cm^3$$

08. Incorreta. A base do prisma é um triângulo retângulo e suas dimensões estão em PA de razão 5. Um triângulo retângulo com lados em PA possui lados proporcionais a 3R, 4R e 5R, sendo R a razão da PA. Logo, a base será:





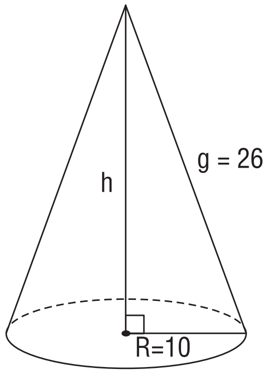


A área total do prisma corresponde a duas áreas de base mais as áreas das faces laterais.

$$A_t = 2 \,.\, \frac{15 \,.\, 20}{2} + 25 \,.\, 10 + 20 \,.\, 10 + 15 \,.\, 10$$

$$A_t = 900\ cm^2$$

16. Incorreta.



Por Pitágoras:

$26^2 = 10^2 + h^2 \rightarrow h = 24$ cm

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h \rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 10^2 \cdot 26$

$V = 2721{,}33$ cm^3 $\rightarrow V = 2{,}721$ L

QUESTÃO 28

Em relação às proposições abaixo, é CORRETO afirmar que:

01. O único valor que é solução da equação binomial $\binom{x+3}{x} = \binom{x+3}{x-1}$ é $x = 4$.

~~02.~~ O termo independente no desenvolvimento do binômio $\left(\frac{3}{x} + x\right)^4$ é 81.

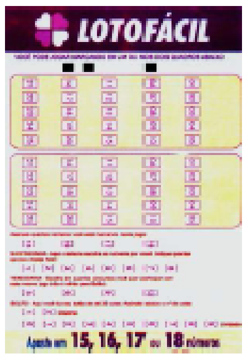
~~04.~~ Em reunião de deputados de determinado estado, decidiu-se que deveria ser constituída uma comissão para tratar de assuntos de infraestrutura. Essa comissão deveria ter 2 membros do partido A, 2 membros do partido B e 1 membro do partido C. Se, para essas vagas, o partido A dispõe de 5 candidatos, o partido B de 6 candidatos e o partido C de apenas 2 candidatos, então a comissão de infraestrutura poderá ser formada de, exatamente, 60 maneiras distintas.

~~08.~~ Com o avanço da medicina, estudiosos acreditam que, em breve, os pais poderão escolher os fenótipos dos seus filhos. Considere a situação de serem possíveis as escolhas:

- sexo: homem ou mulher;
- cor dos olhos: azul, verde, castanho ou preto;
- cor do cabelo: loiro, ruivo, castanho ou preto.

Então, para um casal que deseje ter uma criança de sexo masculino que não tenha olhos azuis, haverá 24 possibilidades distintas para o biótipo de seu filho.

16. Entre diferentes jogos de loteria, está a LOTOFÁCIL. O jogo consiste em um sorteio de 15 números, sem repetição, de um total de 25 números disponíveis. É permitido apostar de 15 a 18 dezenas, sendo que uma aposta simples consiste na marcação de 15 dezenas. Assim, uma pessoa que fez 816 apostas simples distintas terá a mesma chance de ganhar que uma pessoa que marcou 18 dezenas em um único cartão.



Resposta: 17

Comentário

01. Correta.

$$\binom{x+3}{x} = \binom{x+3}{x-1}$$

Igualdade de números binomiais com linhas iguais:

1º) Colunas podem ser iguais:
$x = x - 1 \rightarrow 0 = -1$ (não convém)

2º) Colunas podem ser complementares:
$x + (x - 1) = x + 3 \therefore x = 4$

02. Incorreta. Binômio de newton: $\left(\frac{3}{x} + x\right)^4$

Aplicando a fórmula do termo geral:

$$T = \binom{4}{p} . \left(\frac{3}{x}\right)^{4-p} . x^p = \binom{4}{p} . (3 . x^{-1})^{4-p} . x^p$$

$$T = \binom{4}{p} . 3^{4-p} . x^{-4+p} . x^p = \binom{4}{p} . 3^{4-p} . x^{-4+2p}$$

Para que T seja independente de **x**, anula-se o expoente de **x**: $-4 + 2p = 0 \rightarrow p = 2$

Logo: $T = \binom{4}{2} . 3^{4-2} . x^0 = \frac{4!}{2!\,2!} . 3^2 = 54$

04. Incorreta. Escolhendo comissões, não importa a ordem dos componentes, logo temos combinações:

$n = C_5^2 . C_6^2 . C_2^1 = 10 . 15 . 2 = 300$ comissões

08. Incorreta.

$$\underset{\displaystyle 1}{\underset{\downarrow}{\boxed{\text{escolha dos sexos}}}} \quad . \quad \underset{\displaystyle 3}{\underset{\downarrow}{\boxed{\text{escolha da cor dos olhos}}}} \quad . \quad \underset{\displaystyle 4}{\underset{\downarrow}{\boxed{\text{escolha do cabelo}}}} \quad = 12$$

16. Correta.

$$C_{18}^{15} = \frac{18!}{3!\,15!} = 816$$

QUESTÃO 29

Em relação às proposições abaixo, é CORRETO afirmar que:

~~01.~~ O ponto $P(-1,1)$ pertence à bissetriz dos quadrantes ímpares.

~~02.~~ Não existe $n \in \mathbb{N}$ tal que $A(-2,n)$; $B(4,-11)$ e $C(1,-2)$ sejam colineares.

~~04.~~ A equação geral da reta s que passa pelo ponto $A(4,2)$ e é perpendicular à reta $r: \frac{x}{8} - \frac{y}{4} = 1$ é $s: -2x - y - 6 = 0$.

~~08.~~ A equação $4x^2 + 4y^2 + 4x + 8y + 9 = 0$ é de uma circunferência de centro $\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$.

16. A reta $r: 4x + 3y - 15 = 0$ é secante à circunferência $C: x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$.

Resposta: 16

Comentário

01. Incorreta. Pertence à bissetriz dos quadrantes pares.

02. Incorreta.

$$\begin{vmatrix} -2 & 4 & 1 & -2 \\ n & -11 & -2 & n \end{vmatrix} = 0 \rightarrow 22 - 8\,n - 4n + 11 - 4 = 0$$

$$-3n + 21 = 0$$

$$n = 7$$

Logo, existe **n** natural.

04. Incorreta.

$$\frac{x}{8} - \frac{y}{4} = 1 \quad (\text{x}8)$$

$$x - 2y = 8$$

$$\left.\begin{array}{l} (r): 1x - 2y - 8 = 0 \\ \\ (s): 2x + 1y + \boxed{C} = 0 \end{array}\right\} \text{perpendiculares}$$

Substituindo o ponto (4,2) na reta **s**, temos:
$2 \,.\, 4 + 1 \,.\, 2 + c = 0 \rightarrow c = -10$

Logo, a equação da reta **s**, perpendicular à reta **r** e que passa por (4, 2), é $2x + y - 10 = 0$.

08. Incorreta.

$$4x^2 + 4y^2 + 4x + 8y + 9 = 0 \quad \div 4$$

$$x^2 + y^2 + 1x + 2y + \frac{9}{4} = 0$$

$$\div(-2)$$

$$C\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$$

$$a^2 + b^2 - R^2 = TI$$

$$\frac{1}{4} + 1 - R^2 = \frac{9}{4}$$

$$\frac{5}{4} - \frac{9}{4} = R^2 \rightarrow R^2 = -1 \rightarrow R = \sqrt{-1} \notin R$$

Logo, a equação não corresponde a uma circunferência.

16. Correta.

$$x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$$

$$\div(-2)$$

$$C(-3, 4)$$

$$a^2 + b^2 - R^2 = TI$$

$$9 + 16 - R^2 = 0$$

$$R = 5$$

Cálculo da distância de centro C (–3, 4) até a reta **r**: 4x + 3y – 15 = 0

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 . + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$d = \frac{|4.(-3) + 3.4 - 15|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 3$$

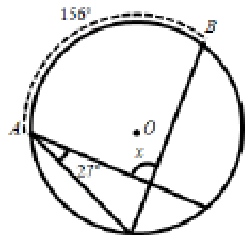
A distância **d** entre o centro C e a reta **r** é menor que o raio R da circunferência, logo a reta R é secante à circunferência.

QUESTÃO 30

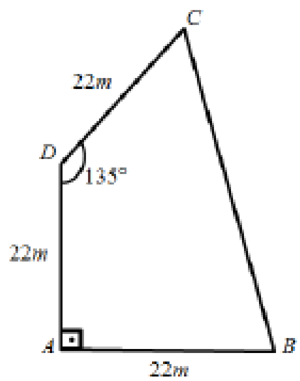
Em relação às proposições abaixo, é CORRETO afirmar que:

01. Se duas retas paralelas são cortadas por uma reta transversal, formando ângulos alternos externos cujas medidas, em graus, são representadas por $(3x+4)$ e $(4x-37)$, então a soma desses ângulos é 254º.

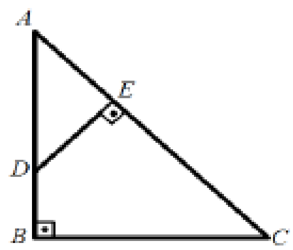
02. Na figura da circunferência de centro O, se o ângulo agudo $\hat{A}$ mede 27º e o arco $\widehat{AB}$ mede 156º, então a medida do ângulo indicado por x é igual a 105º.



04. Se o quadrilátero abaixo representa a planta de um terreno plano, então sua área é igual a $242\left(1+\sqrt{2}\right)m^2$.



08. No triângulo ABC, retângulo em B, $\overline{DE}$ é perpendicular a $\overline{AC}$. Se $\overline{AC}$ mede $6\ cm$ e $\overline{CE}$ tem a mesma medida do cateto $\overline{AB}$, $4\ cm$, então $\overline{AD}$ mede $2\ cm$.



16. Num triângulo retângulo, a hipotenusa mede $9\ cm$ e o menor cateto mede $6\ cm$. Então, a altura relativa à hipotenusa mede $2\sqrt{5}\ cm$.

Resposta: 23

Comentário

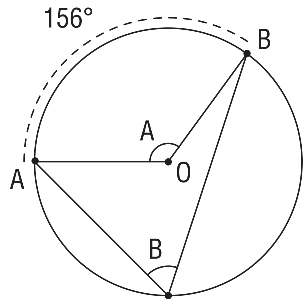
01. Correta. Ângulos alternos externos são iguais.

$3x + 4^\circ = 4x - 37^\circ$

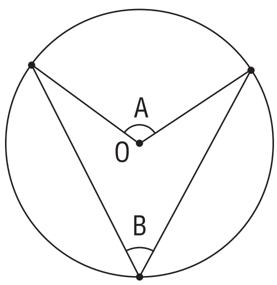
Logo, $x = 41^\circ$.

A soma dos ângulos: $3x + 4^\circ + 4x - 37^\circ = 7x - 33^\circ$. Como $x = 41^\circ$, temos $7 \cdot 41^\circ - 33^\circ = 254^\circ$.

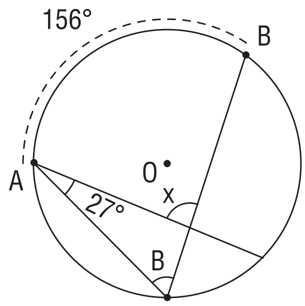
02. Correta. Observe o desenho:



Sendo O o centro da circunferência, então A = 156º.

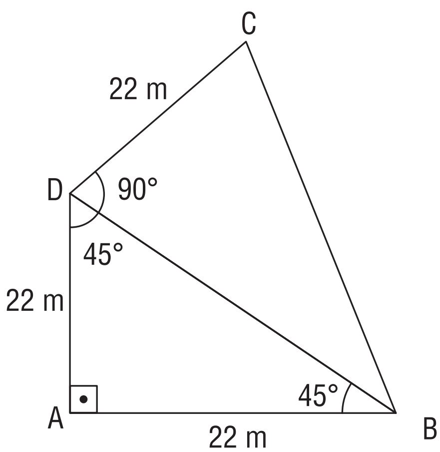


Sendo B o ângulo inscrito, temos que B = A/2. Logo, B = 78º.



x = 27º + B
x = 27º + 78º = 105º

04. Correta.



O triângulo DAB é isósceles. Então seus ângulos medem 45º.

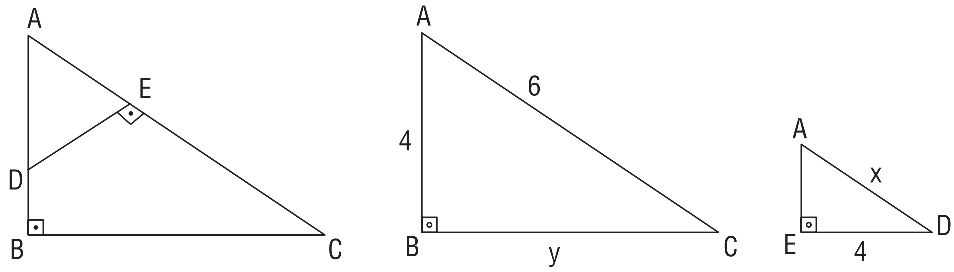
Área do triângulo DAB = $\dfrac{22 \cdot 22}{2} = 242$

Por Pitágoras: $DB^2 + 22^2 + 22^2 = 22\sqrt{2}$

A área do triângulo CDB = $\dfrac{22 \cdot 22\sqrt{2}}{2} = 242\sqrt{2}$.

$A_{ABCD} = 242 + 242\sqrt{2} = 242\,(1 + \sqrt{2})$

08. Incorreta.



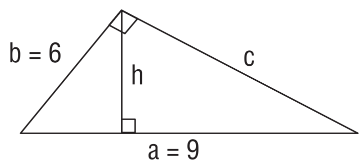
Pitágoras no triângulo ABC:

$6^2 = 4^2 + y^2 \rightarrow y = 2\sqrt{5}$

Os triângulos ABC e AED são semelhantes.

$\dfrac{6}{x} = \dfrac{2\sqrt{5}}{4} \rightarrow x = \dfrac{12\sqrt{5}}{5}$

16. Correta.



Pitágoras: $9^2 = 6^2 + c^2 \rightarrow c = 3\sqrt{5}$

No triângulo retângulo temos que a . h = BC

$9 \,.\, h = 6 \,.\, 3\sqrt{5} \rightarrow h = 2\sqrt{5}$