MATEMÁTICA

01) **Resposta**: A

Resolução

1. **Verdadeira**.

$2005 \rightarrow 2006$

$\frac{1562}{1075} = 1{,}453 \rightarrow$ ganhou 45,3%

$2011 \rightarrow 2012$

$\frac{1882}{1354} = 1{,}3899 \rightarrow$ ganhou 38,99%

2. **Falsa**.

$\frac{7}{26} = 0{,}269 = 26{,}9\%$

3. **Falsa**.

$\frac{B_{2013}}{B_{2005}} = \frac{190}{15} = \frac{38}{3}$

4. **Verdadeira**.

$\bar{x} = \frac{15 \,.\, 3 + 16 + 24 + 27 + 25 + 32 + 29}{9} = \frac{198}{9} = 22$

02) **Resposta**: D

Resolução

$4^x + 2^{x+\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}$

$2^{2x} + 2^x \,.\, 2^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}$

Para $2^x = a$

$a^2 + \sqrt{2}a - \frac{3}{2} = 0$

$\Delta = (\sqrt{2})^2 - 4 \,.\, \left(-\frac{3}{2}\right)^2$

$\Delta = 2 + 6$

$\Delta = 8$

$a = \frac{-\sqrt{2} \pm \sqrt{8}}{2}$

$a = \frac{-\sqrt{2} \pm 2\sqrt{2}}{2}$

$a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad$ $\cancel{a = \frac{3\sqrt{2}}{2}}$ não convém

$2^x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$2^x = 2^{\frac{1}{2}} \,.\, 2^{-1}$

$x = -\frac{1}{2}$

$m = x - \frac{1}{4}$

$m = -\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$

$m = -\frac{3}{4}$

$n = 3 \,.\, \left(x + \frac{1}{10}\right)$

$n = 3 \,.\, \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{10}\right)$

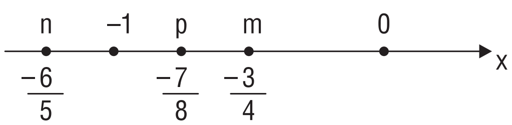
$n = 3 \,.\, \left(\frac{-5+1}{10}\right)$

$n = -\frac{6}{5}$

$P = 2x + \frac{1}{8}$

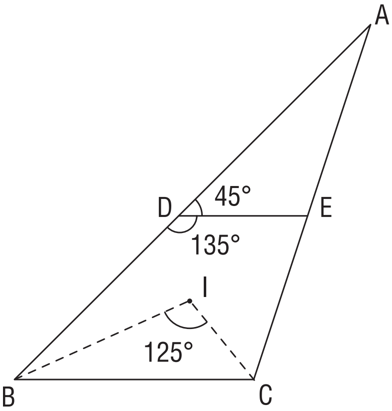
$P = 2\left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{8}$

$P = -\frac{7}{8}$



03) **Resposta**: D

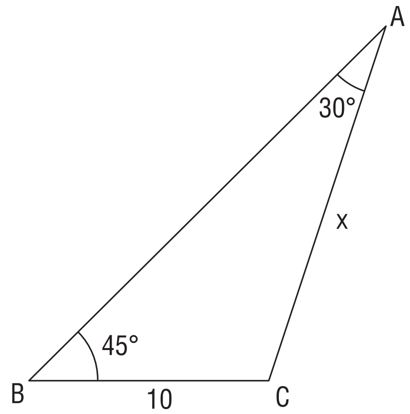
Resolução



$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

$\hat{A} + 150 = 180^\circ$

$A = 30^\circ$



No triângulo $B\hat{I}C$ temos:

$$\frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} + 105^\circ = 180$$

$$\frac{\hat{B} + \hat{C}}{2} = 75^\circ$$

$$\hat{B} + \hat{C} = 150^\circ$$

Lei dos senos:

$$\frac{x}{\text{sen } 45^\circ} = \frac{10}{\text{sen } 30^\circ}$$

$$x \cdot \frac{1}{\cancel{2}} = 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}$$

$$x = 10\sqrt{2}$$

04) **Resposta**: C

Resolução

Solicitar alteração de gabarito de C para A.

Argumento:

- Casos possíveis: $(4) \cdot (3) \cdot (C_6^2) = 180$
- Casos desejados: $(1) \cdot (1) \cdot (1C_5^1) = 5$

$$P = \frac{5}{180} = \frac{1}{36}$$

05) **Resposta**: B

Esfera

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$2304\cancel{\pi} = \frac{4}{3}\cancel{\pi}R^3$$

$$R = 12$$

$A_E = 4\pi R^2$

$A_E = 4\pi \cdot 12^2$

$A_E = 576\pi \text{ cm}^2$

Área de cada faixa:

$$A = \frac{576\pi}{24}$$

$$A = 24\pi \text{ cm}^2$$

06) **Resposta**: A

Comentário

$74738 \rightarrow$ total

$\left.\begin{array}{l}18{,}9\%\text{ alemães}\\20{,}7\%\text{ argentinos}\end{array}\right\}39{,}6\%$

100% – 39,6% = 60,4% outras nacionalidades

60,4 . 0,25 = 15,1% apenas assistem
60,4% – 15,1% = 45,3% torcem pela Alemanha/Argentina
$\frac{3}{5}$. 45,3 = 27,18% Alemanha

45,3 – 27,18 = 18,12% Argentina

Alemanha: 18,9 + 27,18 = 46,08%
Argentina: 20,7 + 18,12 = 38,82%

Diferença: 46,08 – 38,82 = 7,26%

I. **Falsa**.
II. **Verdadeira**.
III. **Verdadeira**.

07) **Resposta**: E

Resolução

$\det(3A) = \det(A^2) \Rightarrow$ lembre-se: $\begin{cases}1)\ \det(k \cdot A_n) = k^n \cdot \det A\\ 2)\ \det A^n = (\det A)^n\end{cases}$

$3^3 \det A = (\det A)^2$
Como $\det A \neq 0 \Rightarrow$
$27 \cdot \cancel{\det A} = (\cancel{\det A})^2$
$27 = \det A \Rightarrow \det A = 27$

08) **Resposta**: E

Resolução

P.A. (c, a – b, –6a – c, ...)
$a - b = \dfrac{c + (-6a - c)}{2}$
2a – 2b = –6a
8a = 2b
4a = b (I)

P.G. (5a – b, b, 48, ...)
$b^2 = (5a - b) \cdot (48)$
$b^2 = 240a - 48b$ (II)

Substituindo (I) em (II), temos:

$16a^2 = 240a - 192a$
$16a^2 - 48a = 0$
$a^2 - 3a = 0$
a = 0 (não convém)
ou
$a = 3 \Rightarrow b = 12$

P.G. (3, 12, 48)
q = 4

Logo, a razão da P.A. é r = 4.

P.A. (c, a – b, –6a – c)
P.A. (–5, –9, –13) e c = –5

Assim, a + b + c = 3 + 12 – 5 = 10

09) **Resposta**: A

Resolução

Reta **r**: (reta que passa pelos pontos (0; 6) e (6; 0).)
$y = -x + 6$

Ponto A:
$x = 4$
$y = -4 + 6$
$y = 2$
$A = (4; 2)$

Reta **t**: (reta que passa pelos pontos (0; 0) e ponto A.)
$y = \frac{x}{2}$

A função **f** será a representação da área do triângulo ABC, assim usaremos $f(x) = \frac{1}{2}$. (base) . (altura):

$$f(x) = \frac{1}{2} \cdot \left(-x + 6 - \frac{x}{2}\right) \cdot (4 - x)$$

Desenvolvendo chegaremos a $f(x) = \frac{3}{4}x^2 - 6x + 12$, letra A.

Comentário: questão que envolve geometria analítica, estudo das retas e área do triângulo. Primeiramente deveria se encontrar a equação das duas retas, em seguida identificar os vértices do triângulo para poder utilizar a fórmula da área. Questão nível médio.

10) **Resposta**: E

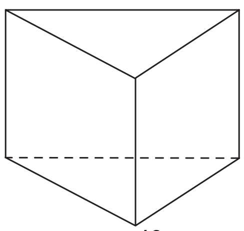
Resolução

EM DESENVOLVIMENTO

11) **Resposta**: C

Resolução

Prisma



H = 50

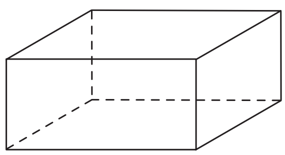
40

$$V = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} \cdot H$$

$$V = \frac{40^2\sqrt{3}}{4} \cdot 50$$

$$V = 20\,000\sqrt{3}\ \text{cm}^3$$

Cubo



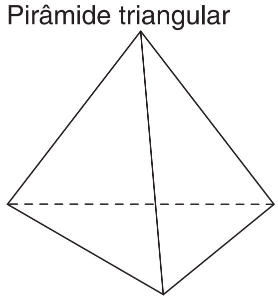
$a = 2\sqrt{3}$

$$V = a^3$$

$$V = (2\sqrt{3})^3$$

$$V = 24\sqrt{3}\ \text{cm}^3$$

Pirâmide triangular



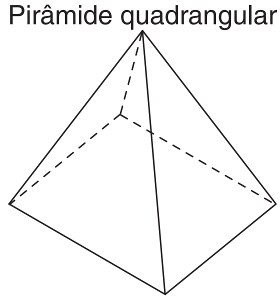
$\ell = 4$
$H = 3$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{4^2\sqrt{3}}{4} \cdot 3$$

$$V = 4\sqrt{3}\ \text{cm}^3$$

Pirâmide quadrangular



$\ell = \sqrt{3}$
$H = 2\sqrt{3}$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \ell^2 \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot (\sqrt{3})^2 \cdot 2\sqrt{3}$$

$$V = 2\sqrt{3}\ \text{cm}^3$$

$$x \cdot 24\sqrt{3} + x \cdot 4\sqrt{3} + x \cdot 2\sqrt{3} = 20\,000\sqrt{3}$$

$$x \cdot 30\sqrt{3} = 20\,000\sqrt{3}$$

$$x \cong 666$$

Total de sólidos: 3x = 3 . 666 = 1998

12) **Resposta**: B

Resolução

EM DESENVOLVIMENTO

13) **Resposta**: D

Resolução

Podemos observar que temos 2 pares de retas paralelas, e as retas não paralelas são perpendiculares. Dessa maneira, podemos concluir que as retas são suportes dos lados de um quadrado circunscrito à circunferência pedida.
Fazendo as intersecções dos lados não paralelos encontraremos os seguintes pontos:
A(3; 1), B(1; 3), C(-1; 1) e D(1; -1)
Considerando os pontos A e C vértices de uma diagonal do quadrado, temos que o ponto Médio (1; 1) será o centro da circunferência.
Considerando os pontos A e B os vértices de um dos lados temos que a distância entre eles ($2\sqrt{2}$) será o lado do quadrado, desse modo o raio da circunferência será $\sqrt{2}$, metade do lado.
Assim a equação da circunferência será $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$, letra D.
Comentário da questão: questão bem formulada, pedindo vários conceitos de geometria analítica e alguns de geometria plana. Observar as retas e ver que eram paralelas duas a duas, e perpendiculares às não paralelas, foi uma boa sacada para mencionar o quadrado circunscrito à circunferência pedida. Questão de nível médio.

14) **Resposta**: C

Resolução

$$\begin{array}{l|l} p(x) & x+1 \\ \cline{2-2} \underbrace{16} & \end{array} \Rightarrow p(-1) = 16$$

$$\begin{array}{l|l} p(x) & x-1 \\ \cline{2-2} \underbrace{12} & \end{array} \Rightarrow p(1) = 12$$

$$\begin{array}{l|l} p(x) & x \\ \cline{2-2} \underbrace{-1} & \end{array} \Rightarrow p(0) = -1$$

$$\begin{array}{r|l} p(x) & (x+1).(x-1).x \\ \cline{2-2} \underbrace{ax^2+bx+c} & \quad Q(x) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} p(x) = (x + 1) . (x - 1) . (x) . Q(x) + ax^2 + bx + c \\ p(x) = 0 . (-2) . (-1) . Q(-1) + a - b + c = 16 \\ p(x) = 2 . 0 . 1 . Q(1) + a + b + c = 12 \\ p(x) = 1 . (-1) . 0 + c = -1 \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - b + c = 16 \\ a + b + c = 12 \\ \qquad\quad c = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - b = 17 \\ a + b = 13 \end{cases} \oplus$$

$$\begin{array}{c} 2a = 30 \\ a = 15 \\ b = -2 \end{array}$$

Logo, $15x^2 - 2x - 1 = 0$ tem soma das raízes igual a $\frac{2}{15}$.