MATEMÁTICA

01) **Resposta**: B

Resolução

EM DESENVOLVIMENTO

02) **Resposta**: A

Resolução

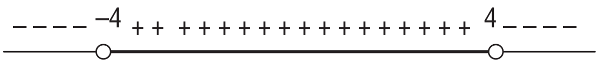
Condição de existência de f(x).

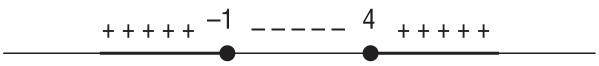
$16 - x^2 > 0$ (A) e $x^2 - 1 \geq 0$ (B) e $x^2 + x - 6 \neq 0$ (C)

Resolvendo as inequações (A) e (B) temos:

$16 - x^2 = 0$ $x = 4$ ou $x = -4$

$x^2 - 1 = 0$ $x = -1$ ou $x = 1$





(A) $\cap$ (B) =]–4, 1] $\cup$ [1, 4[

Em (C) temos que se $x^2 + x - 6 \neq 0$, então $x \neq -3$ e $x \neq 2$

Portanto os números inteiros que pertencem ao domínio de f(x) são:

–1, –2, 1, 3

03) **Resposta**: D

Resolução

Com o primeiro gráfico é possível calcular a velocidade do motorista A: $V_A = \dfrac{83 - 63}{\frac{36}{60}} = 100$ km/h

Logo, para 175 – 23 = 152 km o motorista A levou um tempo de 1,52 hora.

Com o segundo gráfico é possível calcular o tempo que o motorista B levou para percorrer a mesma distância que A.

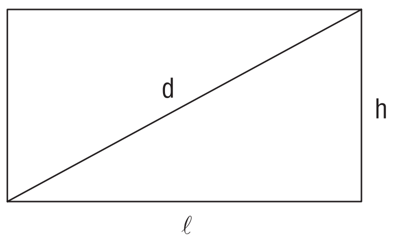
Do km 23 ao km 73 = 50 km $\Rightarrow$ velocidade = 100 km/h $\Rightarrow$ tempo = 0,5 hora
Do km 73 ao km 95 = 22 km $\Rightarrow$ velocidade = 110 km/h $\Rightarrow$ tempo = 0,2 hora
Do km 95 ao km 125 = 30 km $\Rightarrow$ velocidade = 120 km/h $\Rightarrow$ tempo = 0,25 hora
Do km 125 ao km 175 = 50 km $\Rightarrow$ velocidade = 100 km/h $\Rightarrow$ tempo = 0,5 hora

Tempo total do percurso = 1,45 hora

Logo, o motorista B chegou 1,52 – 1,45 = 0,07 hora mais rápido que o motorista A.
0,07 . 60 = 4,2 minutos ou 4 minutos e 0,2 . 60 = 4 minutos e 12 segundos.

04) **Resposta**: B

Resolução



$$\frac{\ell}{h} = \frac{16}{9} \Rightarrow 9\ell = 16h$$

$$\ell = \frac{16h}{9}$$

$l^2 + h^2 = 20^2$

$l^2 + h^2 = 400$

$$\left(\frac{16h}{9}\right)^2 + h^2 = 400$$

$$\frac{256h^2}{81} + h^2 = 400$$

$256h^2 + 81h^2 = 400 \,.\, 81$

$337h^2 = 32\,400$

$$h^2 = \frac{32\,400}{337}$$

$h^2 = 96{,}14$

$h \cong 9{,}8$

$$\ell = \frac{16 \,.\, 9{,}8}{9}$$

$\ell = 17{,}43$

$S = \ell \,.\, h$

$S = 17{,}43 \,.\, 9{,}8$

$S \cong 171$

05) **Resposta**: E

Resolução

$$\begin{cases} -x + by - 2z = 0 \\ -3x + y + 2z = 0 \\ 2x + 4z = a \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & b & -2 \\ -3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$
$$\begin{matrix} -1 & b & -2 \\ -3 & 1 & 2 \end{matrix}$$

$\Delta = -4 + 4b + 4 + 12b$

$\Delta = 16b$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} -1 & 0 & -2 \\ -3 & 0 & 2 \\ 2 & a & 4 \end{vmatrix} = 6a + 2a$$

$\Delta y = 8a$

Se $\Delta \neq 0$ SPD $\Rightarrow 16b \neq 0$

$b \neq 0$ (admite solução única)

Se $\Delta = \Delta x = \Delta y = \Delta z = 0 \Rightarrow$ SPI $\Rightarrow \left.\begin{matrix} 16b = 0 \\ b = 0 \\ 8a = 0 \\ a = 0 \end{matrix}\right\}$ admite infinitas soluções.

Se $\Delta = 0$ e $\Delta y \neq 0$ (SI) $\Rightarrow \left.\begin{matrix} 16b = 0 \\ b = 0 \\ 8a \neq 0 \\ a \neq 0 \end{matrix}\right\}$ não admite solução.

Se $a = 0$, o sistema $\begin{cases} -x + by - 2z = 0 \\ -3x + y + 2z = 0 \\ 2x + 4z = 0 \end{cases}$ é homogêneo.

F – V – V – F

06) **Resposta**: C

Comentário

Para calcularmos o volume da madeira, faremos o volume do lápis (madeira + grafite) e subtrairmos o volume do grafite:

$V_{\text{lápis}} = V_{\text{cilindro}} + V_{\text{cone}}$

$V_{\text{lápis}} = \pi \,.\, r^2 \,.\, H + \dfrac{1}{3}\,\pi \,.\, r^2 \,.\, H$

$V_{\text{lápis}} = \pi \,.\, 4^2 \,.\, 150 + \dfrac{1}{3}\,\pi \,.\, 4^2 \,.\, 12$

$V_{\text{lápis}} = \pi \,.\, 2400 + \pi \,.\, 64$

$V_{\text{lápis}} = 2464\,\pi\ \text{mm}^3$

$V_{\text{grafite}} = V_{\text{cilindro}} + V_{\text{cone}}$

$V_{\text{grafite}} = \pi \,.\, 1^2 \,.\, 159 + \dfrac{1}{3}\,\pi \,.\, 1^2 \,.\, 3$

$V_{\text{grafite}} = 160\pi\ \text{mm}^3$

$V_{\text{madeira}} = V_{\text{lápis}} - V_{\text{grafite}}$

$V_{\text{madeira}} = 2464\,\pi - 160\pi$

$V_{\text{madeira}} = 2304\,\pi\ \text{mm}^3$

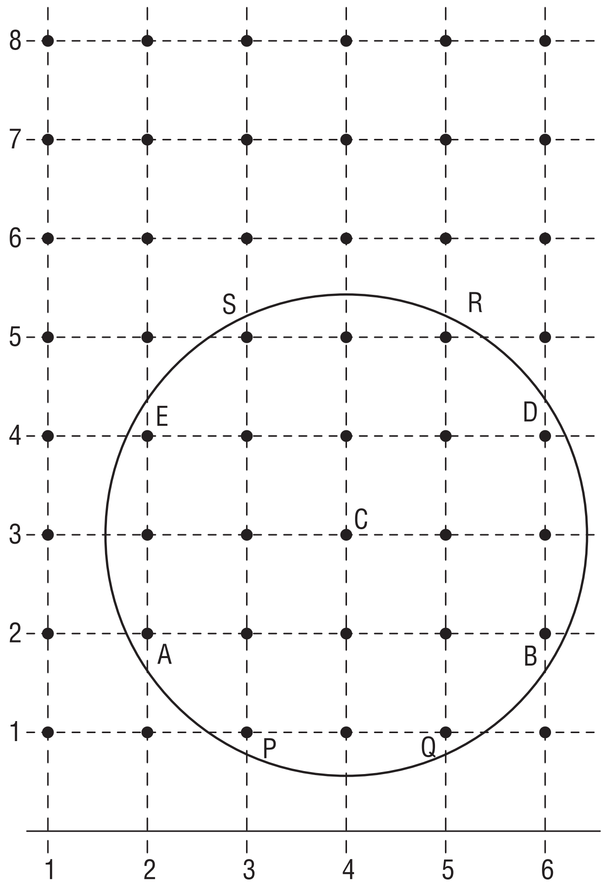
07) **Resposta**: E

Resolução

Casos possíveis: 6 . 8 = 48

(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)	...	(6, 1)
(1, 2)	(2, 2)	⋮		⋮
⋮	⋮	⋮		⋮
(1, 8)	(2, 8)	(3, 8)		(6, 8)

Casos de interesse:
Coordenadas interiores à
C: $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 19 = 0$
C(4, 3)
$16 + 9 - R^2 = 19 \Rightarrow R = \sqrt{6} \simeq 2{,}4$



Observando-se os 48 pontos do espaço amostral, temos que:

– Todos os que possuem $x = 1$ não pertencem a C.
– $(2, 1) \notin C$, pois $d_{(2,\,1)};C > \sqrt{6}$.
– $A(2, 2) \in C$, pois $d_{(2,\,2)};C < \sqrt{6}$. Por simetria, todos os pontos do retângulo ABDE estão em C.
– Do mesmo modo, todos os pontos do retângulo PQRS estão em C.

Temos assim 21 pontos interiores a C.

Probabilidade $= \dfrac{21}{48} = 43{,}75\%$

08) **Resposta**: B

Resolução

$$\log_{\frac{1}{9}} 3^{x^2+5x} \geq \log_{\frac{1}{9}} \left(\frac{1}{9}\right)^{-12}$$

Como as bases são números entre 0 e 1, temos que: $3^{x^2+5x} \leq \left(\dfrac{1}{9}\right)^{-12} \rightarrow 3^{x^2+5x} \leq 3^{24}$

Como as bases são números maiores que 1, temos que: $x^2 + 5x - 24 \leq 0$

Resolvendo a inequação, temos:

$x^2 + 5x - 24 = 0$
$x = -8$ ou $x = 3$

+ + + + + -8 – – – – – 3 + + + + +

09) **Resposta**: E

Resolução

$$x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{PG}\left(\text{sen } x, \text{ sen } \frac{3x}{2}, \text{ sen } 3x\right) \quad q = \sqrt{2}$$

Temos que: $\text{sen } \dfrac{3x}{2} = \sqrt{2} \,.\, \text{sen } x \Rightarrow \dfrac{\sqrt{2}}{2} \,.\, \text{sen } \dfrac{3x}{2} = \text{sen } x \; (*)$

Além disso:

$$\text{sen } 3x = (\sqrt{2})^2 \text{ . sen } x$$

$$\Downarrow \text{ (usando *)}$$

$$\text{sen } 3x = \cancel{2} \text{ . } \frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}} \text{ . sen } \frac{3x}{2}$$

$$\text{sen } 2 \text{ . } \left(\frac{3x}{2}\right) = \sqrt{2} \text{ sen } \frac{3x}{2} \qquad \text{(usamos sen } 2a = 2 \text{ sen } a \text{ . cos } a\text{)}$$

$$\Downarrow$$

$$2 \; \cancel{\text{sen } \frac{3x}{2}} \text{ . cos } \frac{3x}{2} = \sqrt{2} \; \cancel{\text{sen } \frac{3x}{2}} \text{; } x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$\text{cos } \frac{3x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{3x}{2} = \frac{\pi}{4}$$

$$\Downarrow$$

$$3x = \frac{\pi}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$x = \frac{\pi}{6}$$

Assim, $x + \frac{3x}{2} + 3x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = \frac{11\pi}{12}$

10) **Resposta**: C

Resolução

$2,1^2 = x^2 + x^2$
$4,41 = 2x^2$
$x\sqrt{2} = 2,1$
$x \text{ . } 1,4 = 2,1$
$x \cong 1,5$ m
A área é calculada pela diferença entre a área do retângulo maior e os retângulos menores (direita e esquerda), além do triângulo (acima e direita)

$$S = 7 \text{ . } 6 - 1 \text{ . } 1 - 1 \text{ . } 3,5 - \frac{1,5 \text{ . } 1,5}{2}$$

$S = 36,375$ m^2
Aumentando-se 10% finalmente tem-se:

$S = 36,375 \text{ . } 1,10 \cong 40$ m^2

11) **Resposta**: A

Resolução

Resolvendo a inequação do conjunto A, temos:

$x^2 - 3x - 70 = 0$

$x = -7$ ou $x = 10$

– – – – –7 + + + + + + + + + + + + + + + + 10 – – – –

O conjunto B é formado pelos divisores inteiros de 48, logo: B = {±1, ±2, ±3, ±4, ±6, ±8, ±12, ±16, ±24, ±48}

O conjunto C é dado por: C = {0, 3, 8, 15, 24, 48}

$A \cap B = \{-6, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 6, 8\}$
$B \cap C = \{3, 8, 24, 48\}$
$(A \cap B) \cup (B \cap C) = \{-6, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 24, 48\}$

12) **Resposta**: D

Resolução

$$x - \frac{1}{2}AB = 2C$$

$$x - \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 7 & 0 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$x - \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 10 & -5 \\ -4 & -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 0 \\ -6 & 12 \end{pmatrix}$$

$$x = \begin{pmatrix} 14 & 0 \\ -6 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & -\frac{5}{2} \\ -2 & -\frac{9}{2} \end{pmatrix}$$

$$x = \begin{pmatrix} 19 & -\frac{5}{2} \\ -8 & \frac{15}{2} \end{pmatrix}$$

$$\det x = \frac{258}{2} - \frac{40}{2}$$

$$\det x = \frac{245}{2}$$

13) **Resposta**: E

Resolução

q é o resto da divisão

$$p(x) = x^2 + 1 \;\underline{|\; x - 1}$$

$$\vdots$$

$$q = \text{resto} = p(1)$$

$$q = 1^2 + 1$$

$$q = 2$$

PG (x, 2x, 4x, 8x)
Soma = 15

x + 2x + 4x + 8x = 15
15x = 15
x = 1

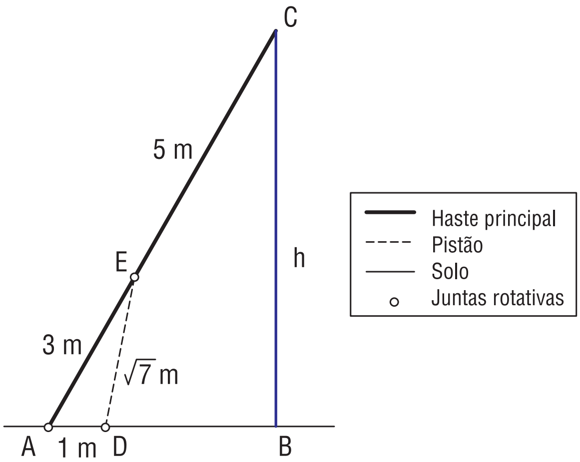
PG (1, 2, 4, 8)

Polinômio f:

$f(x) = 2 . (x - 1) . (x - 2) . (x - 4) . (x - 8)$
$f(x) = 2x^4 - 30x^3 + 140x^2 - 240x + 128$

14) **Resposta**: A

Resolução



Aplicando a Lei dos Cossenos em DAE, temos:

$$(\sqrt{7})^2 = 1^2 + 3^2 - 2 . 1 . 3 . \cos A$$

$$7 = 10 - 6 \cos A$$

$$\cos A = \frac{1}{2}$$

$$A = 60^\circ$$

Agora, no triângulo ABC, temos:

$$\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{h}{8}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{8}$$

$$h = 4\sqrt{3}$$