## MATEMÁTICA

01) **Resposta**: B

**Comentário**

$$A^t = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 8 \end{pmatrix} \qquad A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{8}{4} & \frac{-3}{4} \\ \frac{-4}{4} & \frac{2}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & \frac{-3}{4} \\ -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

det A = 16 – 12 = 4

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 8 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 2 & \frac{-3}{4} \\ -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & \frac{11}{2} \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \rightarrow \det B = -14 - \frac{55}{2} = \frac{-83}{2}$$

02) **Resposta**: D

**Comentário**

$$\begin{cases} 50x + 20y = 590 \\ 150x + 40y = 1530 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 50x + 20y = 590 \quad .(-3) \\ 150x + 40y = 1530 \end{cases}$$

$-20y = -240 \rightarrow y = 12$
$50x + 20 \,.\, 12 = 590$
$50x = 350 \rightarrow x = 7$

Logo, x + y = 19.

03) **Resposta**: E

**Resolução**

$$x^2 - 5x + 6 = |\ x - 3\ | \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 6 = \ \ x - 3 \ \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 3 \end{cases} \\ x^2 - 5x + 6 = -(x - 3) \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 3 \end{cases} \end{cases}$$

Portanto, a soma das raízes distintas vale: (1) + (3) = 4.

04) **Resposta**: E

**Resolução**

Para $x \leq 0 \Rightarrow f(x) = 2^x$

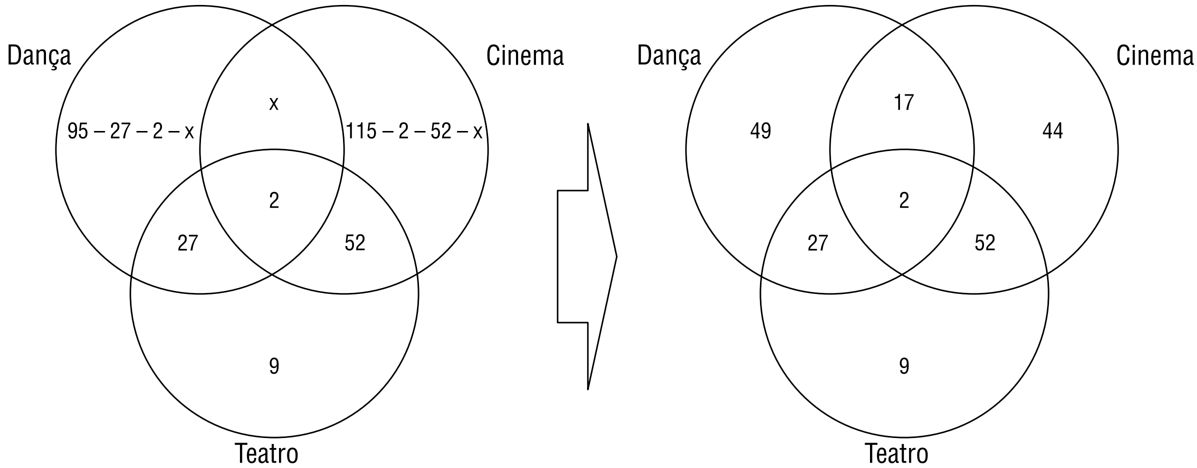
$$\text{Para } 0 < x < 0 \Rightarrow f(x) = \text{sen}(3x) + 1 \Rightarrow \begin{cases} D = R \\ Im = [0, 2] \\ P = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

$$\text{Para } x > \pi \Rightarrow \frac{(x + 1 - \pi)\,(x - 5)^2}{(\pi - 5)^2}, \text{ pois } \begin{cases} \text{Para } x = \pi \rightarrow y = 1 \\ \text{Para } x = 5 \rightarrow y = 0 \end{cases}$$

05) **Resposta**: A

**Resolução**

$n(C) = 115$
$n(D) = 95$
$n(T) = 90 \Rightarrow 40\%$ de $90 = 36$ e $25\%$ de $36 = 9$




$x + 27 + 2 + 52 = 2 \,.\, (95 - 27 - 2 - x) \Rightarrow x = 17$

Portanto, fazendo as substituições adequadas temos como resposta a soma: $(49) + (44) + (9) = 102$.

06) **Resposta**: C

**Resolução**

a) **Incorreta**. **a** e **b** devem ser diferentes de zero.
b) **Incorreta**. $\sqrt{a^2 + 2ab + b^2} = \sqrt{(a+b)^2} = |(a+b)|$
c) **Verdadeiro**. $\dfrac{a(2a+b)}{a} \geq \dfrac{(b+2)a}{a} \rightarrow 2a + b \geq b + 2 \rightarrow 2a + b - b \rightarrow b + 2 - b \rightarrow 2a \geq 2 \rightarrow a \geq 1$
d) **Incorreta**. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) = a + b$, se $a \neq b \rightarrow a - b = 1 \rightarrow a = 1 + b$, mas apenas se $a \neq b$.
e) **Incorreta**. $\sqrt{\dfrac{2}{3}} + \sqrt{\dfrac{4}{3}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + \dfrac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + \dfrac{2}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}(2+\sqrt{2})}{3}$

07) **Resposta**: E

**Resolução**

**1ª resposta**
MMC $(540, 720, 1800) = 2^4 \,.\, 3^3 \,.\, 5^2 = 10\,800$
Número de divisores de $2^4 \,.\, 3^3 \,.\, 5^2 = 10\,800 \Rightarrow (4 + 1) \,.\, (3 + 1) \,.\, (2 + 1) = 60$

$540 = 2^2 \,.\, 3^3 \,.\, 5$
$720 = 2^4 \,.\, 3^2 \,.\, 5$
$1800 = 2^3 \,.\, 3^2 \,.\, 5^2$

08) **Resposta**: D

**Comentário**

Açúcar sem os impostos $\Rightarrow$ 1,1425x = 11,43 $\rightarrow$ x $\approx$ 10
Óleo sem os impostos $\Rightarrow$ 1,0925y = 12,02 $\rightarrow$ y $\approx$ 11
Creme dental sem impostos $\Rightarrow$ 1,125z = 8,10 $\rightarrow$ z $\approx$ 7,2
Logo, novo gasto = 10 + 11 + 7,2 = 28,2.

09) **Resposta**: A

**Comentário**

$S_t$ = 2 . (10 . 4 + 10 . 12 + 4 . 12) = 416 $m^2$

- Retirando o 7 e o 12, diminui-se a área de 2 retângulos de 2 m por 4 m, isto é, 2 . 2 . 4 = 16 $m^2$, e são acrescentados 2 retângulos de 4 m por 4 m e 2 retângulos de 2 m por 4 m, isto é, 2 . 4 . 4 + 2 . 2 . 4 = 48 $m^2$.
- Retirando o 9, exclui-se 8 $m^2$ e acrescenta-se 4 . 2 . 4 = 32 $m^2$.
- Retirando o 20, exclui-se 16 $m^2$ e são acrescentados 3 retângulos de 2 m por 4 m, isto é, 3 . 2 . 4 = 24 $m^2$.

Logo, a área superficial final é 416 – 16 + 48 – 8 + 32 – 16 + 24 = 480 $m^2$.

10) **Resposta**: B

**Resolução**

$f(x) = 2^{2x-5}$

$f(a_1) = \frac{1}{8} \Rightarrow 2^{2a_1-5} = 2^{-3} \Rightarrow 2a_1 = 2 \Rightarrow a_1 = 1$

Assim, temos a P.A. (1, 4, 7, 10, 13, ...)

I. Verdadeiro. $a_{53} = 1 + 52 \cdot 3 = 157$

II. Falso. $a_{11} = 1 + 10 \cdot 3 = 31$ e $S_{11} = \frac{(1+31) \cdot 11}{2} = 176$

III. Verdadeiro. $f(a_5) = f(13) = 2^{2 \cdot 13 - 5} = 2^{21}$

IV. Verdadeiro. $(f(a_1), f(a_2), f(a_3), ...) = (2^{-3}, 2^3, 2^9, ...)$ é uma P.G. de razão $2^6 = 64$.

11) **Resposta**: C

**Resolução**

(F) $f(x) = 2(x-2)^2 + 5 \Rightarrow f(x) = 2x^2 - 8x + 13$

Coordenadas do Vértice

$$x_v = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x_v = \frac{-(-8)}{2(2)} = 2 \text{ e } y_v = \frac{-\left(b^2 - 4ac\right)}{4a} \Rightarrow y_v = \frac{-((-8)^2 - 4(2)(13))}{4(2)} \Rightarrow y_v = 5$$

(V) $f(x) = |\, x+5 \,| \sqrt{x+5}\left(-x^2 + 2x - 2\right)$

Portanto:

Para $x = 5 \Rightarrow f(5) = |\, 5+5 \,| \sqrt{5+5}\left(-5^2 + 2 \cdot 5 - 2\right) < 0$

Para $x = 6 \Rightarrow f(6) = |\, 6+5 \,| \sqrt{6+5}\left(-6^2 + 2 \cdot 6 - 2\right) < 0$

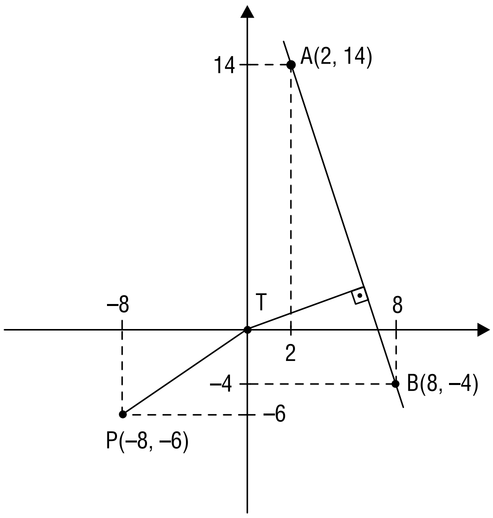
E assim sucessivamente, sempre MENOR ou IGUAL a ZERO.

(F) $f(x) = \log_{\sqrt{x}} \sqrt{x+1} \Rightarrow \begin{cases} \text{(I)} \quad 0 < x \neq 1 \\ \text{(II)} \quad x+1 > 0 \Rightarrow x > -1 \end{cases}$

Portanto (I) $\cap$ (II) $\Rightarrow 0 < x \neq 1$

12) **Resposta**: C

**Comentário**




$d_{T,P} = 10$

Equação da reta que passa por A e B:

r: $\begin{vmatrix} 2 & 8 & x & 2 \\ 14 & -4 & y & 14 \end{vmatrix} = 0$

$-8 + 8y + 14x - 2y + 4x - 112 = 0$

$18x + 6y - 120 = 0 \quad (\div 6)$

$3x + y - 20 = 0$

$d_{T,r} = \left| \dfrac{3 \cdot 0 + 1 \cdot 0 - 20}{\sqrt{9+1}} \right|$

$d_{T,r} = \dfrac{20}{\sqrt{10}} \cdot \dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = 2\sqrt{10}$

$d_{T,r} \cong 2 \cdot 3,1 = 6,2$

Logo, a quantidade mínima a ser construída é: $10 + 6,2 = 16,2$.

13) **Resposta**: B

**Comentário**

$3\,\text{sen}^2 x + (m-1)\text{sen}\,x - 4(m-1)^2 = 0$

Fazendo sen x = a e m – 1 = b, temos:

$3a^2 + ba - 4b^2 = 0$

$3a^2 + 4ba - 3ba - 4b^2 = 0$

$a(3a + 4b) - b(3a + 4b) = 0$

$(a - b) \cdot (3a + 4b) = 0$

$a - b = 0$ ou $3a + 4b = 0$

$\Rightarrow$ (I) $a = b$ ou (II) $a = \dfrac{-4b}{3}$

Como $-1 \leq \text{sen}\,x = a \leq 1$, temos:

(I) $-1 \leq m - 1 \leq 1$ ou (II) $-1 \leq \dfrac{-4(m-1)}{3} \leq 1$

$\Rightarrow$ (I) $0 \leq m \leq 2$ ou (II) $-3 \leq -4m + 4 \leq 3 \Rightarrow -7 \leq -4m \leq -1 \Rightarrow \dfrac{7}{4} \geq m \geq \dfrac{1}{4}$

De (I) ou (II), temos $0 \leq m \leq 2$

14) **Resposta**: A

**Comentário**

$\log x = \frac{5}{2} \Rightarrow x = 10^{\frac{5}{2}}$ e $\log y = \frac{13}{5} \Rightarrow y = 10^{\frac{13}{5}}$

I. **Verdadeiro**. $x \cdot y 10^{\frac{5}{2}}\ 10^{\frac{13}{5}} = 10^{\frac{51}{10}}$

II. **Falso**. $\log(y^2 - x^2) = \log(y-x)(y+x) = \log(y-x) + \log(y+x) = 1{,}913 + 2{,}854 = 4{,}767$

III. **Verdadeiro**. $\log\left(\frac{x}{y} + 2 + \frac{y}{x}\right) = \log\left(\frac{[x+y]^2}{xy}\right) = 2\log(x+y) - \log xy = 2(2{,}854) - 5{,}1 = 0{,}608$