21) **Resposta**: 53

Comentário

01. **Verdadeira**.

$\boxed{3}$	___	___	$\boxed{\text{Par}}$		
1	8 .	7 .	5	=	280

02. **Falsa**. 27/10/93
{2, 7, 1, 0, 9, 3}
$$A_6^4 = \frac{6!}{2!} = \frac{6 . 5 . 4 . 3 . \cancel{2!}}{\cancel{2!}} = 360$$

04. **Verdadeira**. 3 cores: A, B, C
3 . 2 = 6

08. **Falsa**. 5 opcionais: {A, B, C, D, E}
$$C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = 31$$

16. **Verdadeira**.

(1, 1)	(2, 1)	-	-	-	(6, 1)
(1, 2)	-	-	-	(5, 2)	-
-	-	-	(4, 3)	-	-
-	-	(3, 4)	-	-	-
-	(2, 5)	-	-	-	-
(1, 6)	(2, 6)	-	-	-	(6, 6)

Soma 7 em seis casos.
(1, 6); (2, 5); (3, 4); (4, 3); (5, 2); (6, 1)

32. **Verdadeira**. x + y + z = 6
Ex.: (2, 1, 3) → 00|0|000
(1, 1, 4) → 0|0|0000
(0, 0, 6) → ||000000

$$P_8^{6,2} = \frac{8!}{6!2!} = 28$$

64. **Falsa**. Se o menor for 3, os demais serão ímpares. No entanto, a soma de 4 números ímpares não pode ser 145.

22) **Resposta**: 07

Comentário

$P(x) = (x + 1)^4$

01. **Verdadeira**.
$P(x) = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$
Obs.: desenvolva o binômio.

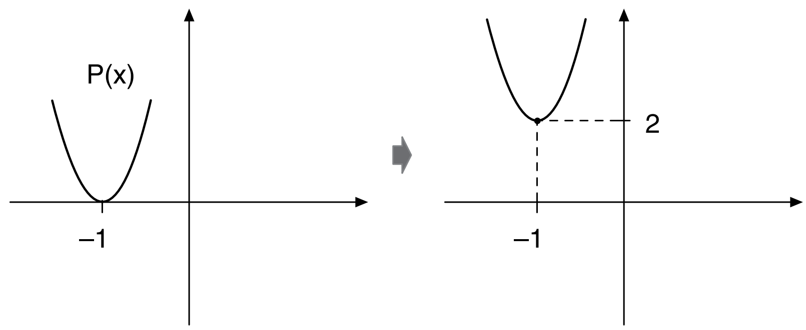
02. **Verdadeira**.

$(x + 1)^4 = 0 \Rightarrow x = -1$ (raiz quádrupla).

04. **Verdadeira**.

$K(x) = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 3$

$K(x) = \underbrace{(x + 1)^4}_{P(x)} + 2$



O mínimo de K(x) é 2.

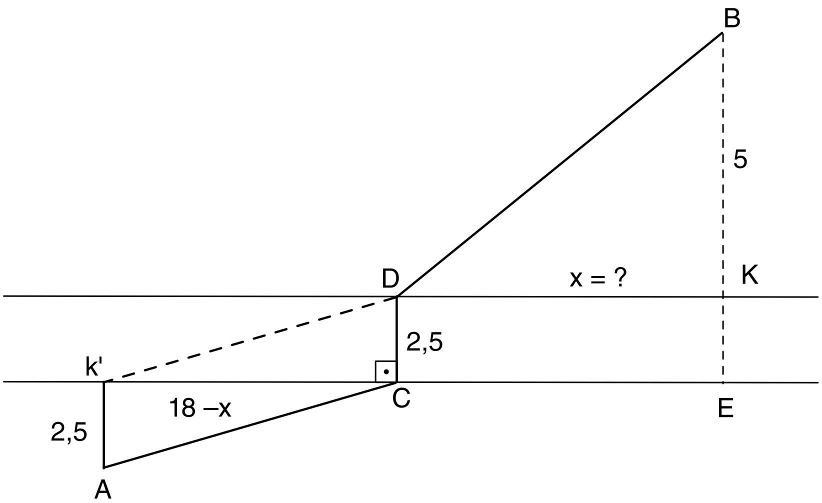
08. **Falsa**.

$P(x) \cdot (x - 1)^4 = (x + 1)^4 \cdot (x - 1)^4 = (x^2 - 1)^4$

$= x^8 - 4x^6 + 6x^4 - 4x^2 + 1$, que não admite termo em x^5.

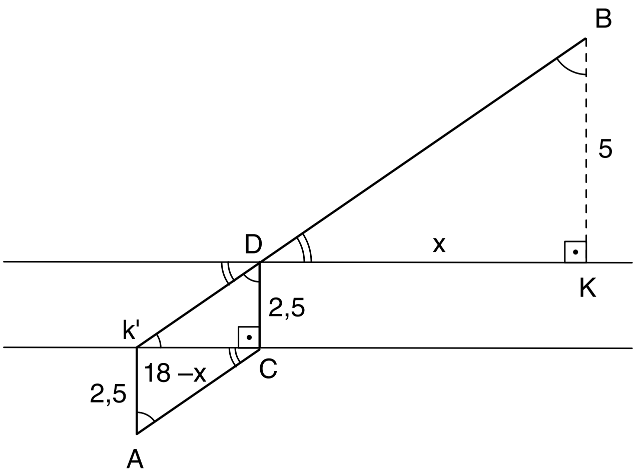
23) **Resposta**: 12

Comentário



Dado: $\overline{K'E} = 18$, AC // $\overline{K'D}$

Pergunta: Quanto vale **x** para que $\overline{AC} + 2,5 + \overline{DB}$ seja mínimo? Como $\overline{AC}$ // $\overline{K'D}$, ACDK' é um paralelogramo e $\overline{K'D} = \overline{AC}$. Então, basta minimizar $\overline{K'D} + 2,5 + \overline{DB}$, e isso ocorrerá quando D estiver alinhado com K' e B.



Nesse caso, por semelhança entre K'AC e BDK, temos $\dfrac{5}{2,5} = \dfrac{x}{18 - x} \Rightarrow x = 12$.

24) **Resposta**: 29

Comentário

01. **Verdadeira**. Suponha que K não seja par.
Então K é ímpar e $K = 2n + 1$, $n \in N$.
Assim, $K^2 = (2n + 1)^2 = 4n^2 + 4n + 1 = 2 . (2n^2 + 2n) + 1$, que não é par.
Obs.: veja que o produto de dois pares é par e o de dois ímpares é ímpar.

02. **Falsa**. Note que $2K^2$ nunca admite 4 no algarismo de unidades.

K	K^2	$2K^2$
1	1	2
2	4	8
3	9	18
4	16	32
5	25	50
6	36	72
7	49	98
8	64	128
9	81	162
.	.	.
.	.	.
.	.	.
.	.	.

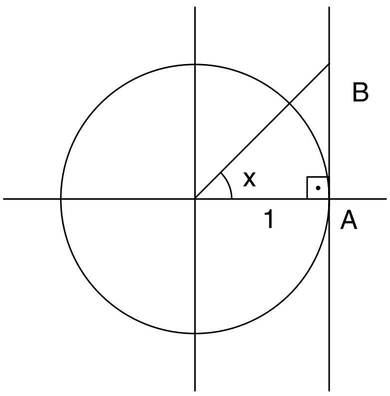
04. **Verdadeira**. Veja:

$$\left.\begin{array}{l} 14 \longrightarrow 1 . 4 = 4 \\ 22 \longrightarrow 2 . 2 = 4 \\ 28 \longrightarrow 2 . 8 = 16 \\ 44 \longrightarrow 4 . 4 = 16 \\ 66 \longrightarrow 6 . 6 = 32 \\ 82 \longrightarrow 8 . 2 = 16 \\ 88 \longrightarrow 8 . 8 = 64 \\ 94 \longrightarrow 9 . 4 = 36 \end{array}\right\} \text{8 números}$$

08. **Verdadeira**.
$4 . (\text{sen}^2 x + \cos^2 x - \cos^2 (2x)) . (\cos^2 (2x) = \text{sen}^2 (4x))$

Veja que:
$4 . (\text{sen}^2 x + \cos^2 x - \cos^2 (2x)) . (\cos^2 (2x))$
$= 4 . (1 - \cos^2 (2x)) . \cos^2 (2x)$
$= 4 . (\text{sen}^2 (2x)) . \cos^2 (2x)$
$= (2 . \text{sen } 2x . \cos 2x)^2$
$= (\text{sen } 4x)^2$

16. **Verdadeira**.



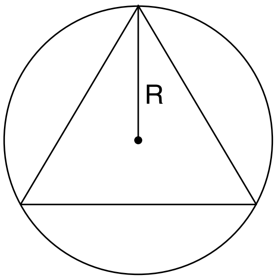
$\text{tg } x = \dfrac{\overline{AB}}{1}$

$\text{tg } x = \overline{AB}$

32. **Falsa**. f(x) = sen x + cos x
O máximo não é 2, pois não se tem simultaneamente sen x = 1 e cos x = 1.
Observe que se tivermos sen x + cos x = 2, então:
$(\text{sen } x + \cos x)^2 = 2^2$
$\text{sen}^2 x + 2 \text{ sen } x \cdot \cos x + \cos^2 x = 4$
sen (2x) = 3, que é um absurdo!

25) **Resposta**: 06

Comentário



$A = 27\sqrt{3}$

$\dfrac{\ell^2\sqrt{3}}{4} = 27\sqrt{3}$

$\ell^2 = 4 \cdot 27$

$\ell = 6\sqrt{3}$

$R = \dfrac{2}{3} \cdot h$

$R = \dfrac{\cancel{2}}{3} \cdot \dfrac{\ell\sqrt{3}}{\cancel{2}}$

$R = \dfrac{6\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{3}$

$R = 6$

26) **Resposta**: 17

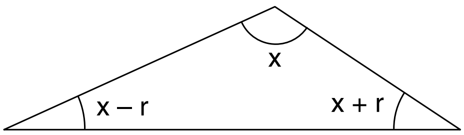
Comentário

01. **Verdadeira**.
1 L gasolina _____ 2,90
500 mL de água _____ 2,50 ⇒ 1 L de água = 5,00

58% de 5,00 = 2,90

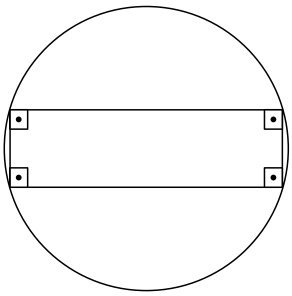
02. **Falsa**. Num polígono regular de número de lados ímpar não existe diagonal passando pelo centro.

04. **Falsa**.



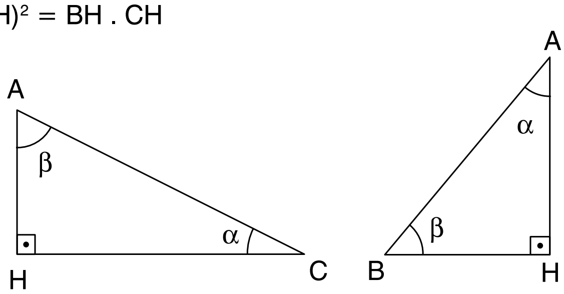
$x - r + x + x + r = 180^\circ; r > 0$
$3x = 180^\circ$
$x = 60^\circ$
⇒ ângulos: $(60^\circ - r, 60^\circ, 60^\circ + r); r > 0$
Existem infinitos valores para $r \in R$, com $0^\circ < r < 60^\circ$.

08. **Falsa**. Veja que podemos inscrever um retângulo num círculo:



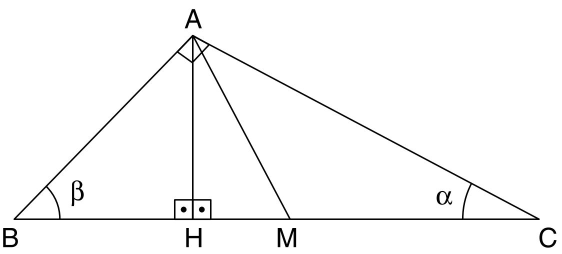
16. **Verdadeira**. $(AH)^2 = BH \cdot CH$

$\Rightarrow \dfrac{AH}{BH} = \dfrac{CH}{AH} \Rightarrow$



$\Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$

Daí concluímos que ABC é retângulo em A.



Logo, AM = BM = MC $\Rightarrow$ BC = 2AM.

27) **Resposta**: 19

Comentário

01. **Verdadeira**.

$\begin{cases} Ax + By = E \\ Cx + Dy = F \end{cases}$, com A, B, C, D primos distintos.

Como $\frac{A}{C} \neq \frac{B}{D}$, o sistema é S.P. D.

02. **Verdadeira**.

M = $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$, com A, B, C, D não tendo fatores primos comuns.

Suponha det M = 0
det M = AD – BC = 0
$\Rightarrow$ AD = BC

$A = \frac{BC}{D}$

Mas, como A é inteiro, então BC e D têm fator em comum, o que contraria a hipótese.

04. **Falsa**.

(x_1, y_1) e $(x_2, y_2) \in r : y = 3x$, então $\begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{pmatrix}$ é inversível. Veja que $\begin{pmatrix} x_1 & 3y_1 \\ x_2 & 3y_2 \end{pmatrix}$ tem determinante nulo, pois tem colunas proporcionais. Logo, não é inversível.

08. **Falsa**.

log (x – 3) + log (x + 2) = log 14
log (x – 3) . (x + 2) = log 14
$x^2 + 2x - 3x - 6 = 14$

$x^2 - x - 20 = 0 \begin{cases} x' = 5 \\ x'' = -4 \text{ (não convém)} \end{cases}$

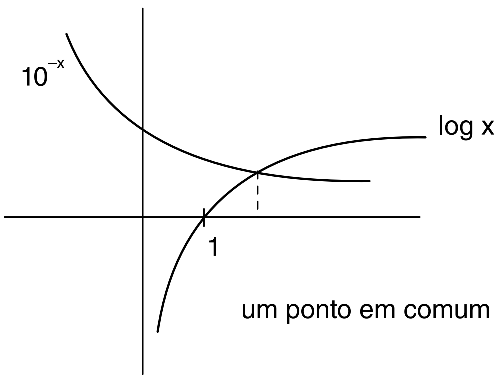
S = {5}

16. **Verdadeira**.

$\log_2 2^{2013} > 2000$, pois
$\log_2 2^{2013} = 2013 > 2000$

32. **Falsa**.

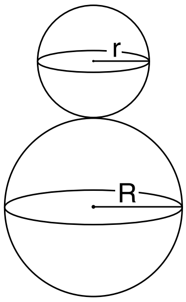
y = log x; y = 10^{-x}



28) **Resposta**: 14

Comentário

01. **Falsa**.



$$\begin{cases} r + R = 70 \text{ cm} \\ r = 0{,}4\,R \end{cases}$$

$\Rightarrow r = 20$ cm e $R = 50$ cm

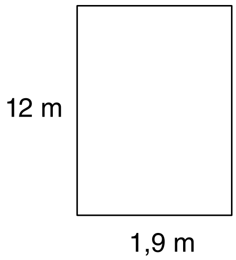
$\Rightarrow r = 2$ dm e $R = 5$ dm

$$V_{boneco} = \frac{4}{3}\pi \,.\, 5^3 + \frac{4}{3}\pi \,.\, 2^3$$

$$= \frac{500\pi}{3} + \frac{32\pi}{3}$$

$$= \frac{532\pi}{3} \text{ dm}^3$$

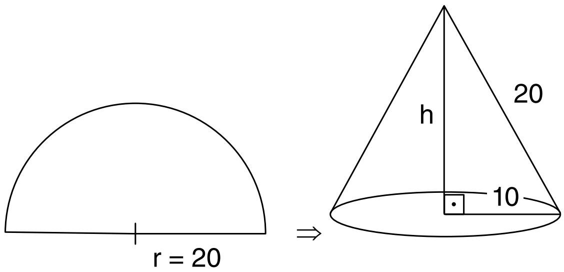
02. **Verdadeira**.



$S_\ell = 8 \,.\, 12 \,.\, 1{,}9$

$S_\ell = 182{,}4 \text{ m}^2$

04. **Verdadeira**.



$S_\ell = S_{setor}$

$\cancel{\pi} \,.\, r \,.\, g = 200\cancel{\pi}$

$r \,.\, 20 = 200$

$r = 10$

$$S_{setor} = \frac{400\pi}{2}$$

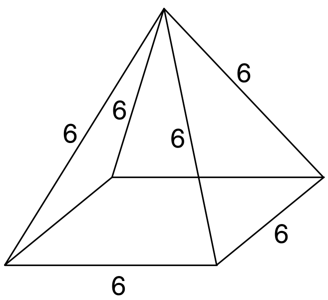
$S_{setor} = 200\pi$

$h^2 + 10^2 = 20^2$

$h = 10\sqrt{3}$ cm

08. **Verdadeira**.

P = 6



$$S_\ell = \cancel{4} \,.\, \frac{6^2\sqrt{3}}{\cancel{4}}$$

$S_\ell = 36\sqrt{3} \text{ cm}^2$

16. **Falsa**.

$$\frac{252}{1{,}2 \,.\, 2{,}4 \,.\, 3{,}5} = \frac{252}{10{,}08} = 25$$

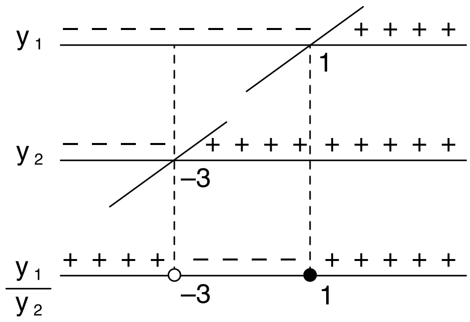
29) **Resposta**: 18

Comentário

01. **Falsa**.

$f(x) = \sqrt{\dfrac{x-1}{x+3}}$

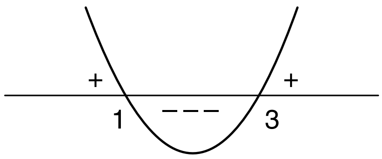
Domínio: $\dfrac{x-1}{x+3} \geq 0$



D(f) = {x ∈ R/x < –3 ou x ≥ 1}

02. **Verdadeira**.

$x^2 - 4x + 3 < 0$



S =]1, 3[

O único inteiro em S é x = 2.

04. **Falsa**.

$|3 - 2x| = |x - 2|$

$3 - 2x = x - 2$ ou $3 - 2x = -x + 2$

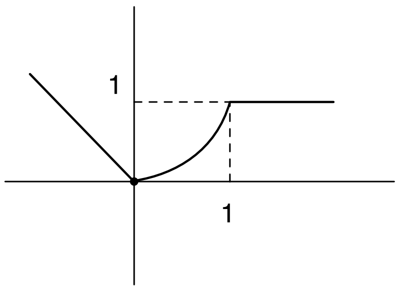
$5 = 3x$ $\quad\quad$ $1 = x$

$\dfrac{5}{3} = x$

$S = \left\{\dfrac{5}{3}, 1\right\}$

08. **Falsa**.

$$R(x) = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$



Não é crescente.

16. **Verdadeira**.

Se **f** é par e ímpar, então:

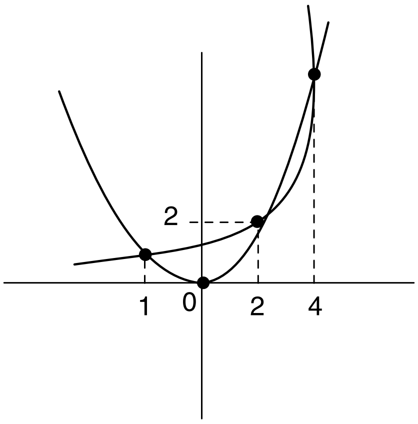
$f(x) = f(-x) = -f(x)$

$\Rightarrow 2f(x) = 0 \Rightarrow f(x) = 0 \;\; \forall \; x \in R$

(A única par e ímpar é a nula.)

Logo, f(1) = 0.

32. **Falsa**.
$y = x^2$; $y = 2^x$



3 pontos de encontro

64. **Falsa**.

$\sqrt{x^2} = |x| \ \forall \ x \in \mathbb{R}$

30) **Resposta**: 19

Comentário

01. **Verdadeira**.
$x^2 + y^2 - 12x - 8y + 51 = 0$
$C(6, 4)$

$6^2 + 4^2 - R^2 = 51$
$52 - 51 = R^2$
$1 = R^2$
$1 = R$

02. **Verdadeira**.
$A(4, 2)$; $C(10, 6) \in r : 2x - 3y - 2 = 0$
Veja que $2 . 4 - 3 . 2 = 0$ e $2 . 10 - 3 . 6 - 2 = 0$

04. **Falsa**.
$B(8, 3)$

$$d_{B,\,r} = \left| \frac{2 . 8 - 3 . 3 - 2}{\sqrt{4 + 9}} \right| = \frac{5}{\sqrt{13}} \neq 8$$

08. **Falsa**.
$(7, 4)$; $(4, 2)$; $(10, 6)$ estão alinhados, pois:

$$\begin{vmatrix} 4 & 10 & 7 & 4 \\ 2 & 6 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 24 + 40 + 14 - 16 - 42 - 20 = 0$$

16. **Verdadeira**.
1 equivale a 10 m
$A = \pi . (10)^2 = 100\pi \ m^2$