

MATEMÁTICA

01) Resposta: D

Resolução

| km | velocidade | tempo |
|-----|------------|---------|
| 600 | 100 ↓ | t_1 ↑ |
| 600 | 80 ↓ | t_2 ↑ |

$$\frac{80}{100} = \frac{t_1}{t_2}$$

$$t_2 = \frac{100}{80} t_1$$

$$t_2 = 1,25 t_1 \Rightarrow \text{aumento de 25\%}$$

02) Resposta: C

Resolução

$$\frac{\cancel{16}x^2}{\cancel{400}_{25}} + \frac{\cancel{25}y^2}{\cancel{400}_{16}} = \frac{\cancel{400}}{\cancel{400}} 1 \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow S = a \cdot b \cdot \pi = 5 \cdot 4 \cdot \pi = 20\pi \text{ u.a.}$$

$$\frac{\cancel{16}x^2}{\cancel{144}_9} + \frac{\cancel{9}y^2}{\cancel{144}_{16}} = \frac{\cancel{144}}{\cancel{144}} 1 \Rightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1 \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow S = a \cdot b \cdot \pi = 4 \cdot 3 \cdot \pi = 12\pi \text{ u.a.}$$

$$S = 20\pi - 12\pi = 8\pi \text{ u.a.}$$

03) Resposta: B

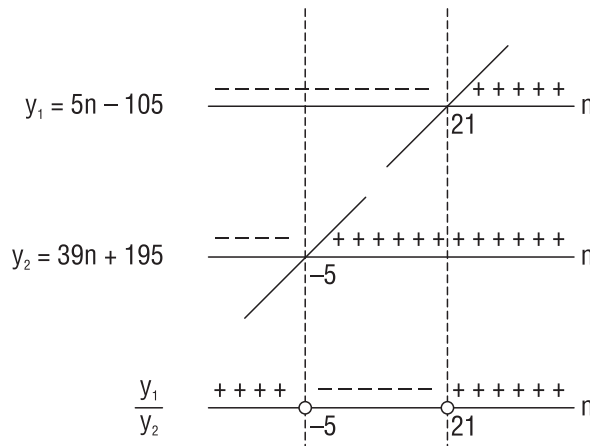
Comentário

$$\frac{2n}{3n + 15} < \frac{7}{13}$$

$$\frac{2n}{3n + 15} - \frac{7}{13} < 0$$

$$\frac{26n - 21n - 105}{13 \cdot (3n + 15)} < 0$$

$$\frac{5n - 105}{39n + 195} < 0$$



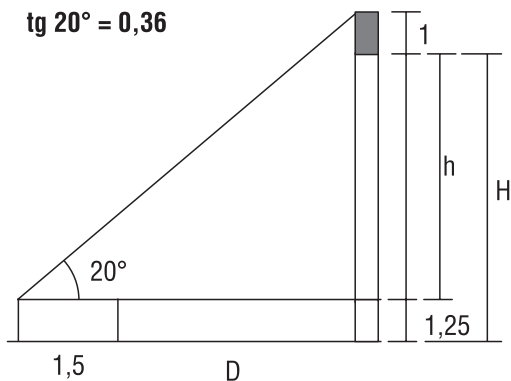
Existem 25 inteiros n que satisfazem a desigualdade inicial. São eles: $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, 20$.

Logo, existem 25 racionais da forma $\frac{2n}{3n + 15}$ estritamente menores do que $\frac{7}{13}$.

04) Resposta: B

Resolução

$$\text{tg } 20^\circ = 0,36$$



| Semáforo | D | H |
|----------------|------|-----|
| Coluna simples | 4,4 | 2,4 |
| Projetada | 13,1 | 5,5 |

$$h = H - 1,25 = 2,4 - 1,25 = 1,15$$

$$\text{tg } 20^\circ = \frac{h + 1}{D + 1,5} = 0,36 \rightarrow h + 1 = 0,36 \cdot D + 0,54$$

$$0,36 \cdot D = 2,15 - 0,54 = 1,61$$

$$D = \frac{1,61}{0,36} = 4,4 \text{ (V)}$$

$$\text{tg } 20^\circ = \frac{h + 1}{14,6} = 0,36$$

$$h + 1 = 5,26$$

$$h = 4,26 \rightarrow H = 4,26 + 1,25 = 5,5 \text{ (F)}$$

$$\text{Diferença} = 5,5 - 2,4 = 3,1 \text{ (V)}$$

05) Resposta: C

Resolução

$$a_n = a_1 + (n - 1)R$$

$$9,2 = a_1 + (30 - 1) \cdot 0,3$$

$$9,2 = a_1 + 29 \cdot 0,3$$

$$9,2 - 8,7 = a_1$$

$$a_1 = 0,5$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)R$$

$$6 \leq 0,5 + (n - 1) \cdot 0,3$$

$$6 - 0,5 \leq (n - 1) \cdot 0,3$$

$$\frac{5,5}{0,3} \leq n - 1$$

$$18,3 \leq n - 1$$

$$n \leq 19,3, \text{ como } n \in \mathbb{N}, n = 19$$

ou fazendo por extenso

$$19 \text{ com notas } \leq 6 \begin{cases} 0,5 & 0,8 & 1,1 & 1,4 & 1,7 & 2 & 2,3 \\ 2,6 & 2,9 & 3,2 & 3,5 & 3,8 & 4,1 & 4,4 \\ 4,7 & 5,0 & 5,3 & 5,6 & \text{---} & 5,9 & \text{(6,2)} \end{cases}$$

06) Resposta: A

Comentário

$$28\% \text{ de } 25 = 7$$

$$\text{Mulheres} = 7; \text{ homens} = 18$$

Número de grupos de 3 mulheres e 3 homens:

$$C_7^3 \cdot C_{18}^3 = 35 \cdot 816 = 28\,560$$

07) Resposta: A

Resolução

$$|1 - 8x| \leq 3$$

$$1 - 8x \leq 3 \quad \text{ou} \quad 1 - 8x \geq -3$$

$$1 - 3 \leq 8x \quad 1 + 3 \geq 8x$$

$$-2 \leq 8x$$

$$x \leq \frac{4}{8}$$

$$x \geq \frac{-2}{8}$$

$$x \leq \frac{1}{2}$$

$$x \geq \frac{-1}{4}$$

(menor)

$$\text{sen } y = \frac{-1}{4} \rightarrow \begin{array}{c} \text{4} \\ \text{---} \\ \text{1} \\ \text{---} \\ \sqrt{15} \end{array} \rightarrow \cos y = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$\text{sen } 2y = K \cdot \text{cotg } y$$

$$2 \cdot \text{sen } y \cdot \cancel{\cos y} = K \cdot \frac{\cos y}{\text{sen } y}$$

$$K = 2 \cdot \left(\frac{-1}{4}\right)^2 = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

08) Resposta: D

Resolução

a) **Incorreto.**

$$\begin{array}{r} 2012 \\ 5\,000 \cdot 5 = 25\,000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3270 \quad \text{---} \quad 25000 \\ 2000 \quad \text{---} \quad x \end{array}$$

$$x = 15\,290 \Rightarrow 25\,000 - 15\,290 = 9710$$

$$\frac{9710}{25\,000} \cong 0,38 \cong 38\% \text{ de aumento}$$

b) **Incorreto.**

$$25\,000 \cdot \frac{1}{3} = 8333,33$$

c) **Incorreto.**

$$\begin{array}{r} 3270 \quad \text{---} \quad 5 \\ 2000 \quad \text{---} \quad x \end{array}$$

$$x = 3,05 \text{ toneladas}$$

$$5 - 3,05 = 1,95 \Rightarrow 1950 \text{ kg a menos}$$

d) **Correto.**

$$\begin{array}{r} 5 \quad \text{---} \quad 100\% \\ 3,05 \quad \text{---} \quad x \end{array}$$

$$x \cong 61\% \Rightarrow 39\% \text{ menor que } 2012.$$

e) **Incorreto.**

$$1950 \cdot 5 = 9750$$

$$9750 \cdot \frac{2}{3} = 6500 \text{ a mais que em } 2004.$$

09) **Resposta:** E

Comentário

Existem infinitas possibilidades de alteração no domínio e contra-domínio de $f(x) = 1 + x^2$ para torná-la bijetora.

Exemplos:

1) bijetora:

$$f : \{1\} \rightarrow \{2\}$$

$$f(x) = 1 + x^2$$

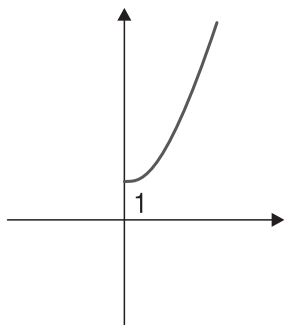
2) bijetora

$$f : [0, 2] \rightarrow [1, 5]$$

$$f(x) = 1 + x^2$$

Numa função, dado o domínio e a lei de formação, a imagem já fica determinada.

Considerando que o contra-domínio seja $[1, +\infty[$, dentre as alternativas oferecidas, a única que torna a função bijetora é a letra E, pois com $D(f) = [0, +\infty[$ ela fica injetora e, automaticamente, sua imagem será $Im(f) = [1, +\infty[= CD(f)$, tornando-a, também, sobrejetora.



Observação: Uma função é sobrejetora quando $CD(f) = Im(f)$. Entendemos que seria mais adequado perguntar qual o contra-domínio, e não a imagem, pois esta já fica determinada quando se tem o domínio. A questão é passível de anulação, visto que o contra-domínio não foi fornecido. Se este for \mathbb{R} , por exemplo, não há alternativa correta.

10) **Resposta:** E

Comentário

$$\log_3(x - y) = 5$$

$$3^5 = x - y$$

$$243 = x - y \text{ (I)}$$

$$\log_5(x + y) = 3$$

$$5^3 = x + y$$

$$125 = x + y \text{ (II)}$$

Resolvendo o sistema dado por (I) e (II):

$$\begin{cases} x - y = 243 \\ x + y = 125 \end{cases}$$

$$2x = 368$$

$$x = 184 \text{ e } y = -59$$

$$\text{Assim, } \log_2(3x - 8y) = \log_2(1024) = 10$$

11) Resposta: B

Resolução

I. Verdadeira.

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ac & 0 \\ 0 & bd \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ac & 0 \\ 0 & bd \end{pmatrix}$$

II. Falsa.

$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ é diagonal, mas $\det A = 0$, portanto não possui inversa.

III. Verdadeira.

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

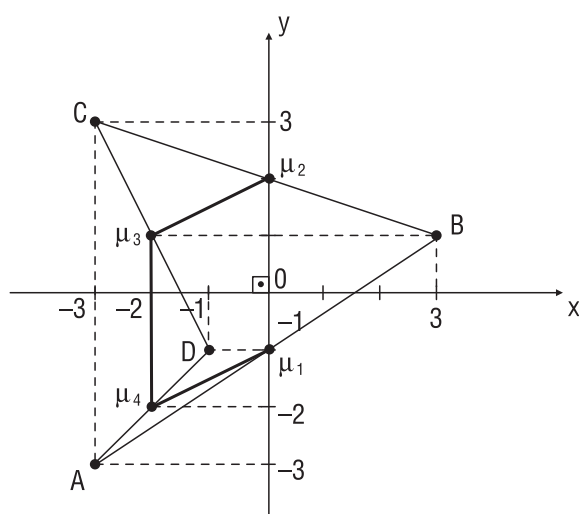
IV. Verdadeira.

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+c & 0 \\ 0 & b+d \end{pmatrix} \text{ é diagonal.}$$

12) Resposta: E

Resolução



Pontos médios de \overline{AD} , \overline{AB} , \overline{CB} e \overline{CD} , qual a figura?

R.: Paralelogramo

13) Resposta: A

Resolução

$$f(x) = 8x^3 - 6x^2 - 3x + 1$$

Pelo teorema do chute, $x = 1$ é raiz. Rebaixando o grau:

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 8 & -6 & -3 & 1 \\ & 8 & 2 & -1 & 0 \end{array}$$

$$8x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$x' = \frac{1}{4}; x'' = \frac{-1}{2}$$

$$\text{P.G.} \left(1, \frac{-1}{2}, \frac{1}{4}, \dots \right) \quad q = \frac{-1}{2}$$

$$S_{\infty} = \frac{1}{1 - \left(\frac{-1}{2}\right)} = \frac{2}{3}$$

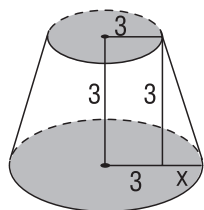
$g(x) = x + a$ tem raiz

$$x = -a = \frac{2}{3} \Rightarrow a = \frac{-2}{3}$$

Pelo teorema do resto, na divisão de $f(x) = 8x^3 - 6x^2 - 3x + 1$ por $x - \frac{2}{3}$ o resto é: $f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{-35}{27}$

14) Resposta: D

Comentário



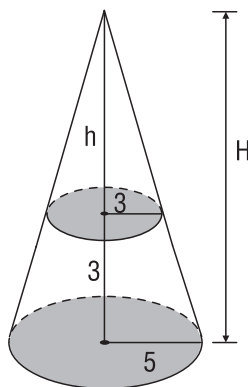
Por Pitágoras, $x = 2$. Então, $R = 5$; $r = 3$ e $h = 3$.

Volume do tronco:

$$V_T = \frac{\pi h}{3} (R^2 + R \cdot r + r^2)$$

$$V_T = \frac{\pi^3}{3} (25 + 15 + 9)$$

$$V_T = 49\pi$$



Semelhança de triângulos:

$$\frac{h+3}{h} = \frac{5}{3}$$

$$h = \frac{9}{2} \Rightarrow H = 3 + \frac{9}{2} = \frac{15}{2}$$

Chamando de:

V = volume do cone maior
 v = volume do cone menor

$$\text{Temos } v = V - V_T$$

Agora:

$$\frac{V}{v} = \left(\frac{H}{h}\right)^3$$

$$\frac{V}{V - V_T} = \left(\frac{15/2}{9/2}\right)^3$$

$$\frac{V}{V - 49\pi} = \left(\frac{125}{27}\right)^3$$

$$V = 62,5\pi$$

15) Resposta: D

Resolução e comentário

| | 0,25 | 0,05 | 0,10 | 1,00 | 2,00 | 5,00 | 10,00 | 20,00 | 50,00 |
|------------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| | 20 | 20 | 10 | 2 | 5 | 4 | 2 | | |
| 1º cliente | -1 | | | -2 | 1 | -3 | -2 | | 1 |
| 2º cliente | 9 | | -1 | | -5 | -1 | | 2 | |
| | 28 | 20 | 9 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 | 1 |
| R\$ | 7,00 | 1,00 | 0,90 | - | 2,00 | - | - | 40,00 | 50,00 |

Início: R\$59,00

no caixa até o 2º cliente: 100,9

3º cliente: $100 - 19,10 = 80,90$ (troco)

- a) **Incorreto.** Ele pode dar $(1) 50 + 1 (20) + (1) 2 + (28) 0,25 + (20) 0,05 + (9) 0,1$
- b) **Incorreto.** O caixa dispõe de R\$100,90.
- c) **Incorreto.** O caixa dispõe de R\$100,90.
- d) **Correto.**
- e) **Incorreto.** Observe o item A.