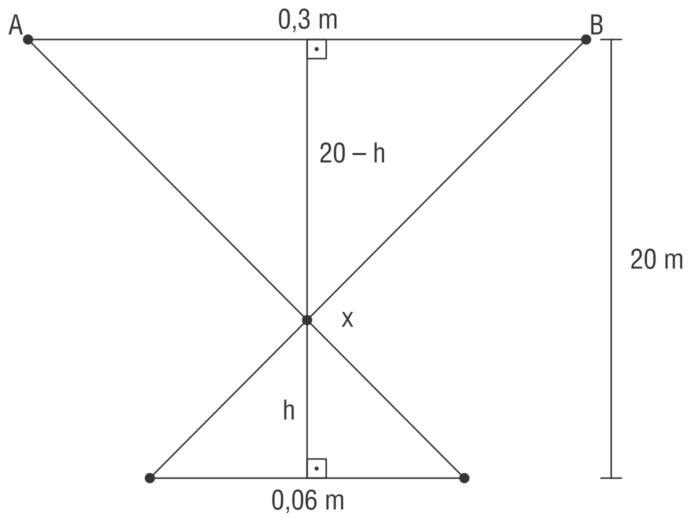
MATEMÁTICA

01) **Resposta**: D

Resolução



$$\frac{0,3}{0,06} = \frac{20-h}{h}$$

$$\frac{\cancel{3}}{\cancel{10}} \cdot \frac{\cancel{100}}{\cancel{6}} = \frac{20-h}{h}$$

$$5 = \frac{20-h}{h}$$

$$5h = 20 - h$$

$$6h = 20$$

$$h = \frac{10}{3}$$

$$20 - \frac{10}{3}$$

$$\frac{60 - 10}{3}$$

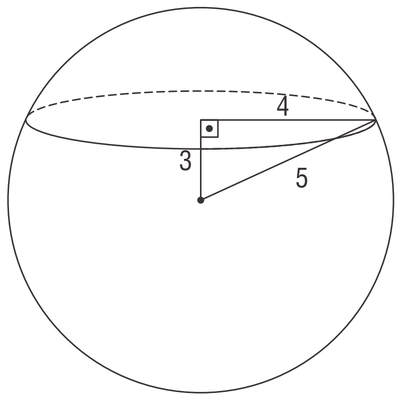
$$\frac{50}{3}$$

16,7 m

02) **Resposta**: E

Resolução

$A_S = 16\pi$
$\pi \cdot r^2 = 16\pi$
$r = 4$ cm



$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 5^3$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 125$$

$$\boxed{V = \frac{500\pi}{3}\ \text{cm}^3}$$

03) **Resposta**: E

Resolução

A sequência $a_n = (972, -324, 108, \ldots)$ é uma P.G. de razão $-\frac{1}{3}$, pois $-\frac{324}{927} = -\frac{108}{324} = -\frac{1}{3} = q$

Assim, $a_5 = a_1 \cdot q^4 = 972 \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)^4 = 972 \cdot \frac{1}{8} = 12.$

A sequência $b_n = (-51, -44, -37, \ldots)$ é uma P.A. de razão 7, pois $(-44) - (-51) = (-37) - (-44) = 7 = r$

Assim, $b_{22} = b_1 + 21 \cdot r = -51 + 21 \cdot 7 = 96.$

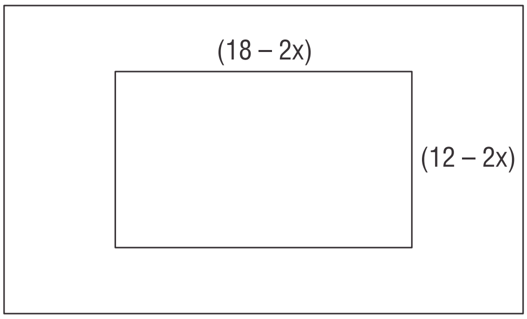
A sequência $\left(\frac{1}{4}, x, 9, 54, \ldots\right)$ é uma P.G. de razão $q = \frac{54}{9} = 6$. Assim: $\frac{9}{x} = 6 \Rightarrow \frac{9}{6} = x \Rightarrow \frac{3}{2} = x$

Agora, a nova progressão será formada por: $(x, a_5, b_{22}) = \left(\frac{3}{2}, 12, 96\right)$.

Esta sequência é uma P.G., pois $12^2 = \frac{3}{2} \cdot 96$ (satisfazem a propriedade do termo central em uma P.G.) e a sua razão vale $q = \frac{96}{12} \Rightarrow q = 8$.

04) **Resposta**: A

Resolução



$(18 - 2x) \cdot (12 - 2x) = 187$
$216 - 36x - 24x + 4x^2 = 187$
$4x^2 - 60x + 29 = 0$

$$x = \frac{60 \pm \sqrt{(-60)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 29}}{2 \cdot 4}$$

$$x = \frac{60 \pm 56}{8}$$

$x' = 14{,}5 \rightarrow$ Não poderia, pois as dimensões ficariam negativas.

$$x'' = \frac{1}{2}$$

05) **Resposta**: B

Resolução

Custo inicial: $C_T = 100 \cdot 35{,}00 + 50 \cdot 80{,}00 = 7500{,}00$
Cadeiras alugadas por dia: 80% de 100 = 80
Guarda-sóis alugados por dia: 80% de 50 = 40
Das 80 cadeiras, **x** são retiradas e dos 40 guarda-sóis **x** também são retirados para formar o conjunto "cadeira e guarda-sol". Assim temos **x** conjuntos "cadeira e guarda-sol".

P.A. $(80 - x, x, 40 - x)$

Pela propriedade do termo central:

$$x = \frac{(80 - x) + (40 - x)}{2}$$

$2x = -2x + 120$
$4x = 120 \Rightarrow x = 30$

Assim, a P.A. é dada por (50, 30, 10)

Cálculo do faturamento diário:
$F_d = 50 \cdot 5{,}00 + 30 \cdot 13{,}00 + 10 \cdot 10{,}00 = 740{,}00$

De 15/12/2011 a 15/03/2012 tem 92 dias (2012 é bissexto).

O faturamento total foi de:

$F_T = 92 \cdot 740{,}00 = 68080{,}00$

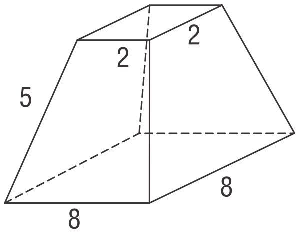
O lucro então é dado por:

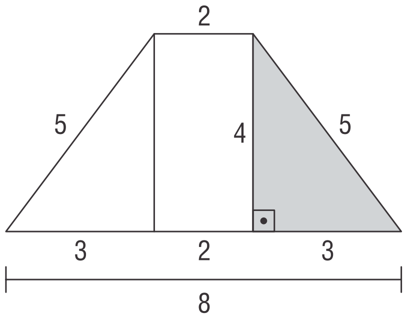
$L = 68080{,}00 - 7500{,}00$

$L = 60580{,}00$

06) **Resposta**: E

Resolução





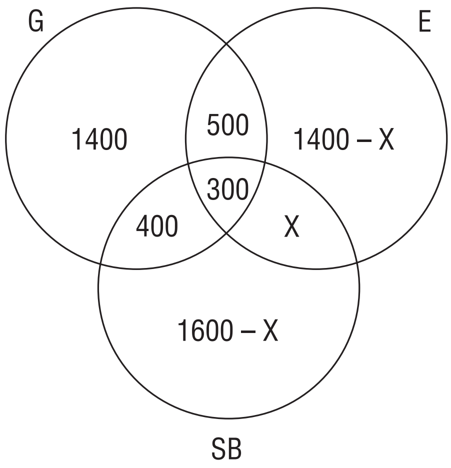
$$A_{Total} = A_B + A_b + A_\ell$$
$$A_T = 8^2 + 2^2 + 4 \cdot \frac{(8+2) \cdot 4}{2}$$
$$A_T = 64 + 4 + 80$$
$$A_T = 148 \text{ cm}^2$$

07) **Resposta**: C

Resolução

Total: 5000
Gastronomia $\Rightarrow$ 52% de 5000 = 2600
Entretenimento $\Rightarrow$ 44% de 5000 = 2200
Saúde e beleza $\Rightarrow$ 46% de 5000 = 2300

Por diagramas:



Exatamente um dos três:

$$(1400) + (1400 - x) + (1600 - x)$$
$$\underbrace{1400 + 1400 - 600 + 1600 - 600}_{3200}$$

08) **Resposta**: C

Resolução

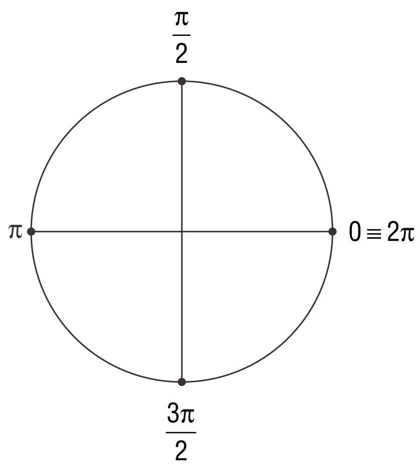
$\cos^2 (2x) - \text{sen}^2\, x = \cos^6 (x) \rightarrow$ soma das soluções ? $\rightarrow x \in [0, 2\pi]$
$(\cos^2 x - \text{sen}^2\, x)^2 - (1 - \cos^2 x) = \cos^6 x$
$\cos^4 x - 2 \cos^2 x \cdot \text{sen}^2\, x + \text{sen}^4\, x - 1 + \cos^2 x = \cos^6 x$
$\cos^4 x - 2 \cos^2 x (1 - \cos^2 x) + (1 - \cos^2 x)^2 - 1 + \cos^2 x = \cos^6 x$
$\cos^4 x - 2 \cos^2 x + 2 \cos^4 x + 1 - 2 \cos^2 x + \cos^4 x - 1 + \cos^2 x = \cos^6 x$
$\cos^6 x - 4 \cos^4 x + 3 \cos^2 x = 0 \rightarrow \cos^2 x = y$

$y^3 - 4y^2 + 3y = 0$
$y \cdot (y^2 - 4y + 3) = 0$
$y = 0$ ou $y^2 - 4y + 3 = 0$
$y' = 3$
$y'' = 1$

$$\cos^2 x = 0 \rightarrow \cos x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{\pi}{2} \\ x = \dfrac{3\pi}{2} \end{cases}$$

$$\cos^2 x = 1 \rightarrow \cos x = \pm 1 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pi \\ x = 2\pi \end{cases}$$

$$\cos^2 x = 3 \rightarrow \cos x = \pm\sqrt{3} \rightarrow \nexists\ x$$



$$0 + \pi + 2\pi + \frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} = 5\pi$$

09) **Resposta**: B

Resolução

$\det A \,.\, \det B + \det(B + I) = 2^2 \det B^t \rightarrow (\det(k \,.\, A_n) = k^n \,.\, \det A)$ e $\det A^t = \det A$

$\det A \,.\, \det B + \det(B + I) = 4 \det B \rightarrow B + I = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

$(-x(x + 1) - 2x^2) \,.\, (3 - 2) + (8 - 2) = 4(3 - 2) \rightarrow -x^2 - x - 2x^2 + 6 = 4 \rightarrow -3x^2 - x + 2 = 0$

$x^2 + \dfrac{x}{3} - \dfrac{2}{3} = 0\ (x^2 - Sx + P = 0) \rightarrow p = -\dfrac{2}{3}$

10) **Resposta**: A

Resolução

$A - 6B = C$ – desta igualdade, temos:

$9^x - 6 \,.\, 3^x = 27 \rightarrow 3^{2x} - 6 \,.\, 3^x - 27 = 0 \rightarrow$ fazendo $3^x = K$, temos:

$k^2 - 6k - 27 = 0 \rightarrow K = 9$ ou $K = -3$. Logo, $3^x = 9 \rightarrow 3^x = 3^2 \rightarrow x = 2$

$a - 6b = 13$, mas temos também que: $4 - 6 = b \rightarrow b = -2 \rightarrow a - 6(-2) = 13 \rightarrow a = 1$
$-1 - 6 \,.\, 2^{-1} = c \rightarrow c = -4$
$16^y - 6 \,.\, 4^{2y-1} = 2^{2y-1} - 10 \rightarrow 4^{2y} - 6 \,.\, 4^{2y} \,.\, 4^{-1} - 2^{2y} \,.\, 2^{-1} + 10 = 0$

Fazendo $2^{2y} = R \rightarrow R^2 + R - 20 = 0 \rightarrow R = 4$ ou $R = -5 \rightarrow R = 4 \rightarrow 2^{2y} = 4 \rightarrow y = 1$

Portanto, $x^2 + y^2 + a^2 + b^2 + c^2 \rightarrow 2^2 + 1^2 + 1^2 + (-2)^2 + (-4)^2 = 26$

11) **Resposta**: D

Resolução

Vera pode montar sua dieta das seguintes maneiras:

1) Com 3 frutas diferentes

$$C_7^3 = \frac{7!}{3!4!} = 35$$

2) Com duas frutas iguais

Exemplo: $\text{uva, uva} \to \left.\begin{array}{l}\text{abacaxi}\\ \text{banana}\\ \text{caqui}\\ \text{laranja}\\ \text{maçã}\\ \text{pera}\end{array}\right\}$ 6 formas

Como temos 7 possibilidades de escolhermos 2 frutas iguais e sempre completá-las de 6 formas, o total de grupos será dado por 7 . 6 = 42
Logo, Vera terá 35 + 42 = 77 maneiras diferentes de montar a dieta.

12) **Resposta**: D

Resolução

Cálculo do resto:

$$\begin{array}{rl} 4x^2 + 3x + 5 & \underline{|\,4x^2 - x - 1} \\ \oplus\ \underline{-4x^2 + 2x + 2} & \quad 2 \\ 5x + 7 & \end{array}$$

Agora, como f(x) = 2x + k, então f(g(x)) = 2g(x) + k
Substituindo na igualdade f(g(x)) = r(x), temos:
2g(x) + k = 5x + 7

$$g(x) = \frac{5x + 7 - k}{2}$$

Resolvendo a inequação $g(x) \geq 10$, obtemos:

$$\frac{5x + 7 - k}{2} \geq 10 \Rightarrow 5x + 7 - k \geq 20 \Rightarrow 5x \geq k + 13 \Rightarrow x \geq \frac{k + 13}{5}$$

Como o conjunto solução é dado por$\{x \in R/x \geq 3\}$, então:

$$\frac{k + 13}{5} = 3$$

k = 2

13) **Resposta**: B

Resolução

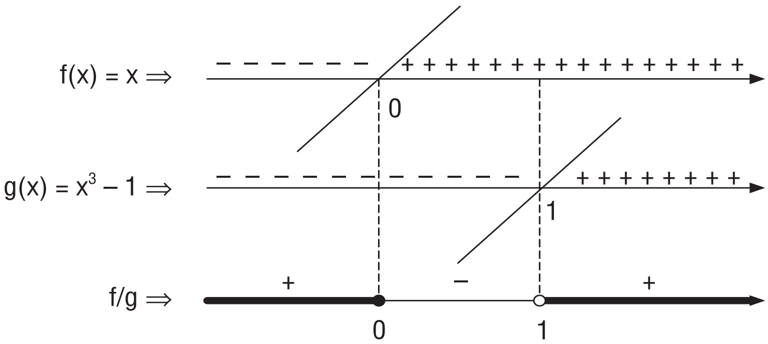
EM DESENVOLVIMENTO

14) **Resposta**: C

Resolução

Domínio de $f(x) = \sqrt{\dfrac{x}{x^3 - 1}}$

$$\frac{x}{x^3 - 1} \geq 0$$



D = {x ∈ R/x ≤ 0 ou x > 1}

Domínio de $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - |x|}}$

$1 - |x| > 0$
$-|x| > -1$
$|x| < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$

$D = \{x \in R / -1 < x < 1\}$

Domínio de f(x) = tg (2x)

$$2x \neq \frac{\pi}{2} + k\,.\,\pi$$

$$x \neq \frac{\pi}{4} + k\,.\,\frac{\pi}{2}$$

$$x \neq \frac{\pi}{2}\,.\left(\frac{1}{2} + k\right)$$

$$x \neq \frac{\pi}{2}\,.\left(\frac{1 + 2k}{2}\right)$$

$$D = \left\{x \in R/x \neq \frac{(2k + 1)\,.\,\pi}{4},\ k \in Z\right\}$$

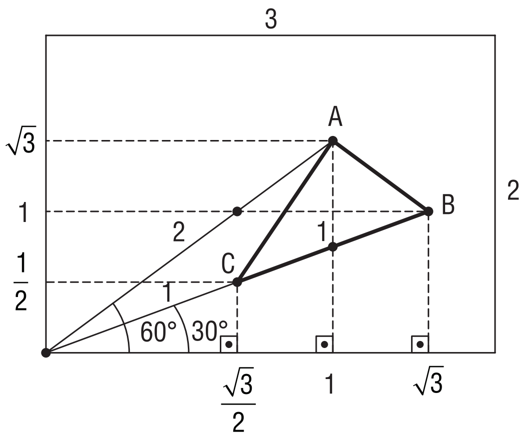
Domínio de $f(x) = \text{sen}\left(\dfrac{1}{x - 1}\right)$

$x - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$
$D = \{x \in R/x \neq 1\}$

Domínios coerentes: D = {x ∈ R/x ≠ 1}; D = {x ∈ R/x ≤ 0 ou x > 1}; D = {x ∈ R/–1 < x < 1}

15) **Resposta**: A

Resolução



$$\text{sen } 60° = \frac{y}{\cancel{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} \qquad \cos 60° = \frac{x}{\cancel{2}} = \frac{1}{\cancel{2}}$$

$$\text{sen } 30° = \frac{y}{\cancel{2}} = \frac{1}{\cancel{2}} \qquad \cos 30° = \frac{x}{\cancel{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}$$

$$y = 1$$

$$\text{sen } 30° = \frac{y}{1} = \frac{1}{2} \qquad \cos 30° = \frac{x}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sqrt{3} \cong 1{,}7$$

$$d^2_{\overline{AB}} = (\sqrt{3} - 1)^2 + (\sqrt{3} - 1)^2 = 3 - 2\sqrt{3} + 1 + 3 - 2\sqrt{3} + 1 = 8 - 4\sqrt{3} \cong 8 - 6{,}8 = 1{,}2$$

$$d^2_{\overline{AC}} = \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{3} - \frac{1}{2}\right)^2 = 1 - \sqrt{3} + \frac{3}{4} + 3 - \sqrt{3} + \frac{1}{4} = 5 - 2\sqrt{3} \cong 5 - 3{,}4 = 1{,}6$$

$$d^2_{\overline{BC}} = \left(3 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 = 9 - 3\sqrt{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 10 - 3\sqrt{3} \cong 10 - 5{,}1 = 4{,}9$$

O triângulo é escaleno.