21) **Resposta**: 05

Resolução

01. **Correto**.

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$
$x = 3 + (n-1) \cdot 2$
$x = 3 + 2n - 2$
$x = 1 + 2n$
$\dfrac{x-1}{2} = n$

$S_n = \dfrac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n$

$440 = \dfrac{(3+x)}{2} \cdot \dfrac{x-1}{2}$

$440 = \dfrac{3x - 3 + x^2 - x}{4}$

$1760 = x^2 + 2x - 3$
$0 = x^2 + 2x - 1763$

$x' = 41$; $x'' = -43$ (não convém)

Logo, $x = 41$

02. **Incorreto**.

$S_n = \dfrac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q-1}$

$S_6 = \dfrac{\frac{1}{2} \cdot \left(\left(\frac{1}{2}\right)^6 - 1\right)}{\frac{1}{2} - 1}$

$S_6 = \dfrac{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{64} - 1\right)}{-\frac{1}{2}}$

$S_6 = \dfrac{1}{2} \cdot \left(\dfrac{-63}{64}\right) \cdot \left(\dfrac{-2}{1}\right)$

$S_6 = \dfrac{63}{64} < 1$

04. **Correto**.

$a_6 = a_3 \cdot q^3$
$\dfrac{5}{9} = 15 \cdot q^3$
$\dfrac{5}{135} = q^3$
$\dfrac{1}{27} = q^3$
$\dfrac{1}{3} = q$

$a_3 = a_1 \cdot q^3$
$15 = a_1 \cdot \dfrac{1}{27}$
$135 = a_1$

08. **Incorreto**. $a_n = (4, 7, 10, ...)$; $b_n = (5, 10, 15, ...)$
Termos comuns: $c_n = (10, 25, 40, ...) \rightarrow$ PA com $r = 15$.

$c_{15} = c_1 + 14 \cdot r$
$c_{15} = 10 + 14 \cdot 15$
$c_{15} = 220$

$a_{50} = a_1 + 49 \cdot r$
$a_{50} = 4 + 49 \cdot 3$
$a_{50} = 151$

Como $c_{15} > a_{50}$, é impossível que a quantidade de termos comuns seja 15.

22) **Resposta**: 10

Resolução

01. **Incorreto.**

$S = S_0 + v \cdot t$

$S_A = 0 + 60 \cdot t$; $S_B = 60 + 30 \cdot t$

Para $t = 2$:

$S_A = 0 + 60 \cdot 2$ $\qquad$ $S_B = 60 + 30 \cdot 2$

$S_A = 120$ km $\qquad$ $S_B = 120$ km

Assim, A alcança B no instante t = 2 h, ao passarem pelo marco 120 km.

02. **Correto.**

Ponto médio de A(0, 3) e B(5, 0): $M\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$

Origem: P (0, 0)

Coeficiente angular da reta que passa por M e P:

$$m = \frac{\frac{3}{2} - 0}{\frac{5}{2} - 0}$$

$$m = \frac{3}{5}$$

04. **Incorreto.**

$$m_t = \frac{-4}{3}$$

$$m_s = \frac{4}{3}$$

Como $m_t \neq \frac{-1}{m_s}$, **t** não é perpendicular à reta S, apesar de termos **t** tangente à C, pois $(x - 4)^2 + y^2 = 4$ tem centro

O (4, 0) e raio R = 2 e $d_{t,O} = \frac{|4 \cdot 4 + 3 \cdot 0 - 6|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{10}{5} = 2 = R$.

08. **Correto.**

C: $x^2 + y^2 - 2x - 10y + 22 = 0$

C_1 (1, 5)

$1^2 + 5^2 - R_1^2 = 22$

$4 = R_1^2$

$2 = R_1$

C': $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 10 = 0$

C_2 (4, 2)

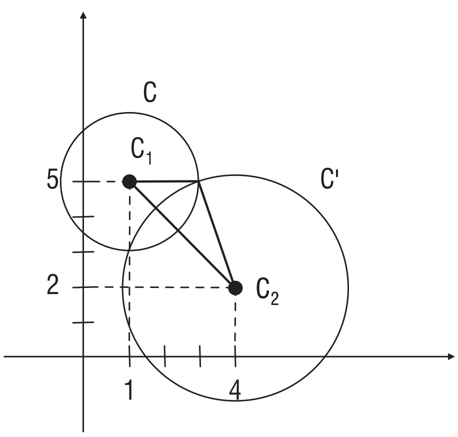
$4^2 + 2^2 - R_2^2 = 10$

$10 = R_2^2$

$\sqrt{10} = R_2$

$$d_{C_1, C_2} = \sqrt{(1 - 4)^2 + (5 - 2)^2}$$

$$d_{C_1, C_2} = 3\sqrt{2}$$



Como $\sqrt{10} - 2 < 3\sqrt{2} < \sqrt{10} + 3\sqrt{2}$, isto é,

$R_1 - R_2 < d_{C_1, C_2} < R_1 + R_2$, C e C' são secantes.

23) **Resposta**: 18

Resolução

01. **Incorreta**.
O sistema é homogêneo

$$-3\begin{cases} x+3y-2z=0 \\ x-Py+8z=0 \\ 3x-2y+4z=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 11y-10z=0 \\ 22y-20z=0 \end{cases}$$

$$y=\frac{10z}{11}$$

$$x+\frac{30z}{11}-2z=0$$

$$11x+30z-22z=0$$

$$11x-8z=0$$

$$11x=\frac{8z}{11}$$

$$\left(\frac{8z}{11},\frac{10z}{11},z\right) \quad \text{Soma: } \frac{8z+10z+11z}{11}=\frac{29\,.\,z}{11}$$

02. **Correta**.

$$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=\det A=ad-bc=8$$

$$B=\begin{pmatrix} a & b \\ 2a+c & 2b+d \end{pmatrix}=\det B=a(2b+d)-b(2a+c)$$

$$=\cancel{2ab}+ad-\cancel{2ab}-bc$$

$$=ad-bc=8$$

04. **Incorreta**.Pontos colineares:

$$\begin{vmatrix} 3 & -5 & 1 \\ x & 9 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}=0 \quad \Rightarrow 27+2x-6+5x=0$$

$$7x+21=0$$

$$x=-3$$

08. **Incorreta**.
$[(A\,.\,B^{-1})^{-1}\,.\,AC]^{-1}\,.\,B$
$[(B^{-1})^{-1}\,.\,A^{-1}\,.\,AC]^{-1}\,.\,B$
$[(B^{-1})^{-1}\,.\,I\,.\,C]^{-1}\,.\,B$
$(B\,.\,C)\,.\,B=C^{-1}\,.\,B^{-1}\,.\,B=C^{-1}\,.\,I=C^{-1}$

16. **Correta**. $A=\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

$$A^{-1}=\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^t=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A+A^{-1}-A^t=\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -25 & 9 \end{pmatrix}$$

24) **Resposta**: 33

Resolução

01. **Correta**.
Se $3^n=5$, então,
$\log_3^5=n$

$$\text{Assim, } \log_5^{225}=\frac{\log_3^{225}}{\log_3^5}=\frac{\log_3(3^2\,.\,5^2)}{n}$$

$$=\frac{2\,.\,\log_3^3+2\log_3^5}{n}$$

$$=\frac{2+2n}{n}$$

02. **Incorreta**.
$4^x+4=5\,.\,2^x$
$(2^x)^2+4=5\,.\,2^x$
Fazendo $y=2^x$, temos
$y^2+4=5y$
$y^2-5y+4=0$
$y'=4$
$y''=1$

Assim,

para $y=4 \Rightarrow 2^x=4 \Rightarrow x=2$
para $y=1 \Rightarrow 2^x=1 \Rightarrow x=0$
$S=\{0,2\} \not\subset (2,4]$

04. **Incorreta**.
A: sai 3
$\overline{A}$: não sai 3

$$P(A)=\frac{1}{6}, \text{ mas } P(\overline{A})=\frac{5}{6}$$

08. **Incorreta**. Se $p(x)=x^2+px$ é divisível por $4x-1$, então

$$p\left(\frac{1}{4}\right)=0$$

$$\frac{1}{16}+\frac{p}{4}=0$$

$$\frac{p}{4}=-\frac{1}{16}$$

$$p=-\frac{1}{4}$$

16. **Incorreta**. $x^3-20x^2+125x-250=0$
Relações de Girard:
$ab+ac+bc=+125$
$a\,.\,b\,.\,c=250$
Assim,

$$\log\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=\log\left(\frac{bc+ac+ab}{abc}\right)=\log\left(\frac{125}{250}\right)\neq 0$$

32. **Correta**.

$A=A_{6,2}$	$B=P_5$	$C=C_{5,3}$
$A=\frac{6!}{4!}$	$B=5!$	$C=\frac{5!}{3!2!}$
$A=30$	$B=120$	$C=10$

$A+B-C$
$=30+120-10$
$=140$

25) **Resposta**: 22

Resolução

01. **Incorreta**.

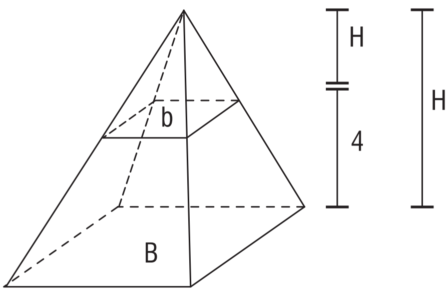
$$S(t) = 5\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Período: $P = \frac{\pi}{2}$

$P = 2$

Imagem: $[-5, 5] \neq [-1, 1]$

02. **Correta**.



$$b = \frac{B}{4}$$

$$\frac{b}{B} = \left(\frac{h}{H}\right)^2$$

$$\frac{\frac{B}{4}}{B} = \left(\frac{h-4}{H}\right)^2$$

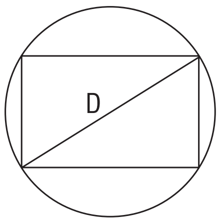
$$\frac{1}{4} = \left(\frac{h-4}{H}\right)^2$$

$$\frac{1}{2} = \frac{h-4}{H}$$

$2H - 8 = H$

$H = 8$ cm

04. **Correta**.



$C = 5\pi$

$2\pi R = 5\pi$

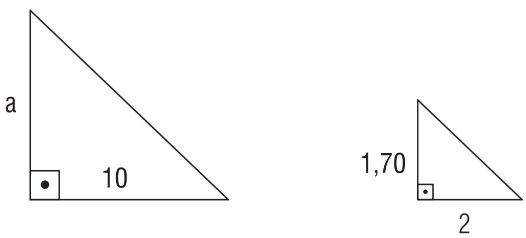
$R = \frac{5}{2}$

$D = 5$

$\ell\sqrt{2} = 5$

$\ell = \frac{5}{\sqrt{2}}$

08. **Incorreta**.



$$\frac{a}{1{,}70} = \frac{10}{2}$$

$a = 8{,}5$ m

16. **Correta**.

$P(A \cap B) = P(A/B) \,.\, P(B)$

$P(RH^- \cap 0) = P(RH^-/0) \,.\, P(0)$

$= 20\% \,.\, 45\%$

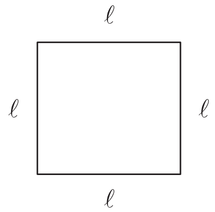
$= \frac{2\cancel{0}}{10\cancel{0}} \cdot \frac{45}{100}$

$= \frac{90}{1000}$

$= \frac{9}{100}$

$= 9\%$

32. **Incorreta**.



$\ell^2 = 102\ 400$
$\ell = 320$ m

30 voltas:
$30 \,.\, 4\ell$
$30 \,.\, 4 \,.\, (320) = 38\ 400$

26) **Resposta**: 10

Resolução

01. **Incorreta**.
1 kg custa R$3,25
1 grama custa R$0,00325

Em cada kg há um ganho indevido de 13,60 . 0,00325 = R$0,0442. Assim, por tonelada, o ganho indevido é de: 1000 . 0,0442 = R$44,20.

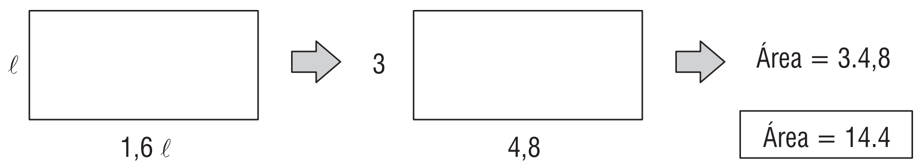
02. **Correta**.
Pelos dados do problema: $x + y = 6 \Rightarrow y = 6 - x$
Pelo teorema da bissetriz interna:
$\frac{4{,}5}{x} = \frac{6{,}2}{y}$
$6{,}2x = 4{,}5y$
$6{,}2x = 4{,}5 \,.\, (6 - x)$
$6{,}2x = 27 - 4{,}5x$
$10{,}7x = 27$
$x = 2{,}5233$
$x \cong 2{,}52$ cm
Obs.: Faltou a palavra *aproximadamente* no enunciado da questão.

04. **Incorreta**.

horizontal	vertical (subir)
1 m	8,33 cm
8 m	x

$x = 66{,}64$ cm

08. **Correta**.
Retângulo dourado



16. **Incorreta**.

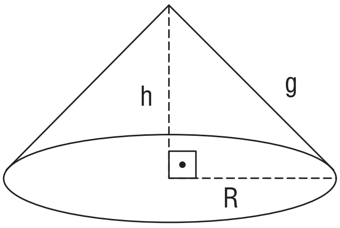
$(2a - 3b)^5$

Soma dos coeficientes = $(2 \,.\, 1 - 3 \,.\, 1)^5 = (-1)^5 = -1$

27) **Resposta**: 20

Resolução

(altura, raio, geratriz) P.A.
(x – r, x, x + r) r: razão da P.A.



$g^2 = h^2 + R^2$
$(x + r)^2 = (x - r)^2 + x^2$
$\cancel{x^2} + 2xr + \cancel{r^2} = \cancel{x^2} - 2xr + \cancel{r^2} + x^2$
$4xr = x^2 \div (x)$
$4r = x$

P.A. (h, R, g)
(x – r, x, x + r)
(3r, 4r, 5r)

$V = 1024\,\pi$
$$\frac{\cancel{\pi}\ .\ R^2\ .\ h}{3} = 1024\ \cancel{\pi}$$
$$\frac{(4r)^2\ .\ (3r)}{3} = 1024$$
$16r^3 = 1024$
$r = 4$

Geratriz: g = 5r
g = 5 . (4)
g = 20

28) **Resposta**: 09

Resolução

01. **Correta**. Suponha que a venda dos bezerros tenha valor x e que a venda dos cabritos tenha valor y.
Ele recebe $\frac{x}{4}$ dos bezerros e $\frac{y}{3}$ dos cabritos:

prejuízo $\frac{4}{100} . \frac{x}{4} = 0{,}01x$
$\frac{3}{100} . \frac{y}{3} = 0{,}01y$
prejuízo total (x + y)0,01
(0,01)(x + y) = 400\$000
(x + y) = 40000\$000

02. **Incorreta**.
0,2 . 53\$000 = 10\$000
04. **Incorreta**. j = cit = 800\$000 . 0,05 . 6 = 240\$000
08. **Correta**. Supondo que a inflação acumulada seja de 700%, o montante será M = 800% C, onde C é o capital inicial.
$M = C(1 + i)^t$
$800\%\,\cancel{C} = \cancel{C}(1+20\%)^t$
$8 = (1{,}2)^t$
$\log 8 = \log(1{,}2)^t$
$3\ .\ \log 2 = t\ .\ \log\left(\frac{12}{10}\right)$
$3\ .\ 0{,}301 = t\ .\ [2\log 2 + \log 3 - \log 10]$
$0{,}903 = t\ .\ [2\ .\ 0{,}301 + 0{,}477 - 1]$
$0{,}903 = t\ .\ 0{,}079$
$t \simeq 11{,}43$ meses < 12 meses.
Logo, em 12 meses o país trocará de moeda.

29) **Resposta**: 05

Resolução

01. **Correta**.
$Q(t) = K\ .\ 2^{-0{,}2\ .\ t}$
Pelo gráfico, temos: Q(0) = 8
$Q(0) = K\ .\ 2^{-0{,}2\ .\ 0} = 8$
$K\ .\ 1 = 8$
$k = 8$

Função: $Q(t) = 8 \cdot 2^{-0,2} \cdot t$

$$1 = 8 \cdot 2^{-0,2} \cdot t$$
$$\frac{1}{8} = 2^{-0,2 \cdot t}$$
$$2^{-3} = 2^{-0,2 \cdot t}$$
$$3 = 0,2 \cdot t$$
$$t = 15$$

02. **Incorreta**. Número cuja soma com seu quadrado é seu cubo:

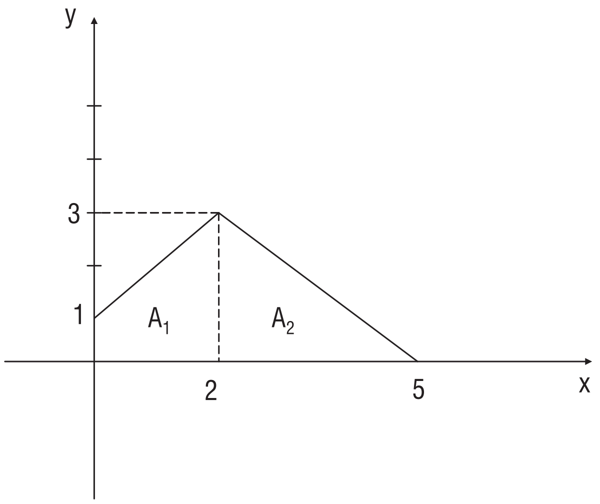
$$x + x^2 = x^3$$
$$x^3 - x^2 - x = 0$$
$$x \cdot (x^2 - x - 1) = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } x^2 - x - 1 = 0$$
$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{5}}{2}$$
$$x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \text{ ou } x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \in \mathbb{R} \text{ e } \frac{1 - \sqrt{5}}{2} < 0$$

04. **Correta**.

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & 0 \leq x \leq 2 \\ 5 - x, & 2 < x \leq 5 \end{cases}$$



$$A_1 = \frac{(B + b) \cdot h}{2} \qquad A_2 = \frac{b \cdot h}{2}$$
$$A_1 = \frac{(3 + 1) \cdot 2}{2} \qquad A_2 = \frac{3 \cdot 3}{2}$$
$$A_1 = 4 \qquad A_2 = 4,5$$

$$A_T = 4 + 4,5$$
$$A_T = 8,5 \text{ u.a.}$$

$$A_T = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$
$$A_T = \frac{1}{2} \cdot |0 + 0 + 0 + 0 - 0 - 2 - 15 - 0|$$
$$A_T = \frac{1}{2} \cdot |-17|$$
$$A_T = 8,5 \text{ u.a.}$$

08. **Incorreta**.

$R(x) = -200 \cdot (x - 10) \cdot (x - 15)$

Raízes: $x - 10 = 0$ ou $x - 15 = 0$

$x = 10$ ou $x = 15$

$$x_v = \frac{10 + 15}{2} \Rightarrow x_v = 12,5$$

Receita máxima: y_v

$$R(x) = -200 \cdot (x - 10) \cdot (x - 15)$$
$$R\left(\frac{25}{2}\right) = -200 \cdot \left(\frac{25}{2} - 10\right) \cdot \left(\frac{25}{2} - 15\right)$$
$$R_{máx} = -200 \cdot \left(\frac{5}{2}\right) \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)$$
$$R_{máx} = 1250$$

30) **Resposta**: 06

Resolução

01. **Incorreta**.

$\text{sen } 2x + \cos x = 0$

$2\text{sen } x \cdot \cos x + \cos x = 0$

$\cos x \cdot (2 \text{ sen } x + 1) = 0$

$\cos x = 0 \text{ ou sen } x = -\frac{1}{2}$

$\cos x = 0$ tem 3 soluções em $[0, 3\pi]$:

$$S_1 = \left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right\}$$

$\text{sen } x = -\frac{1}{2}$ tem 2 soluções em $[0, 3\pi]$:

$$S_2 = \left\{\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$$

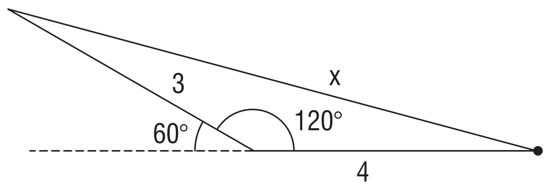
Solução final:

$S = S_1 \cup S_2$

$$S = \left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$$

5 soluções

02. **Correta**.



$x^2 = 4^2 + 3^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cos 120°$

$x^2 = 16 + 9 - 24 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)$

$x^2 = 37$

$x \simeq 6 \text{ km}$

04. **Correta**.

$\text{tg } 240° = \text{tg } 60° = \sqrt{3}$

$\cos 330° = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\text{sen } 870° = \text{sen } 150° = \text{sen } 30° = \frac{1}{2}$

$\sec 11\pi = \frac{1}{\cos 11\pi} = \frac{1}{-1} = -1$

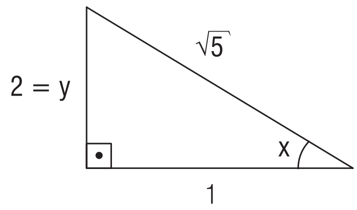
$$\text{Assim, } y = \frac{\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2} - (-1)} = \frac{\frac{3\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}} = \sqrt{3}$$

08. **Incorreta**.

$\sec x = -\sqrt{5}$

$\cos x = \frac{-1}{\sqrt{5}}$

Método do triângulo



$y^2 + 1^2 = (\sqrt{5})^2$

$y^2 + 1 = 5$

$y = 2$

$$\text{Assim, } \left.\begin{array}{l} \text{tg } x = \frac{2}{1} = 2 \\ \Rightarrow \text{cotg } x = \frac{1}{2} \end{array}\right\} \text{ambos positivos, pois } x \in 3^{\underline{o}} \text{ Q}$$

$$\text{Logo, tg } x + \text{cotg } x = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

16. **Incorreta**. A função é periódica, porém de período 4.