21) **Resposta**: 05

Resolução

01. **Verdadeira**.

$$\frac{35}{2} + \frac{35}{3} + \frac{35}{9} + x = 35$$

$$x = \frac{35}{18}$$

$$x = 1 + \frac{17}{18}$$

02. **Falsa**.

$$x \psi y = \sqrt{x + y}$$

$$x \psi y = \sqrt{3a + 1 + a + 15}$$

$$x \psi y = \sqrt{4a + 16}$$

$$x \psi y = \sqrt{4 \,.\, (a + 4)}$$

$$x \psi y = 2 \,.\, \sqrt{a + 4}$$

04. **Verdadeira**.
Resultados possíveis: $C_{20,3} = 1140$
Resultados de interesse:

$$\underbrace{\boxed{N}\ \boxed{N}}\ \underbrace{\boxed{D}}$$

$$C_{6,2} \,.\, 14 = 15 \,.\, 14 = 210$$

Probabilidade:

$$p = \frac{210}{1140} = \frac{7}{38}$$

08. **Falsa**.

$$A_{8,3} = \frac{8!}{(8-3)!} = 8 \,.\, 7 \,.\, 6 = 336$$

16. **Falsa**.
$P_4 = 4! = 24$

ROMA é o 24º anagrama, em ordem alfabética.

22) **Resposta**: 34

Resolução

01. **Falsa**.

$$S = 10 + 5 + \frac{5}{2} + ...$$

$$S = \frac{a_1}{1 - q}$$

$$S = \frac{10}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$S = 20$$

02. **Verdadeira**.
x = idade de Diofante

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x$$

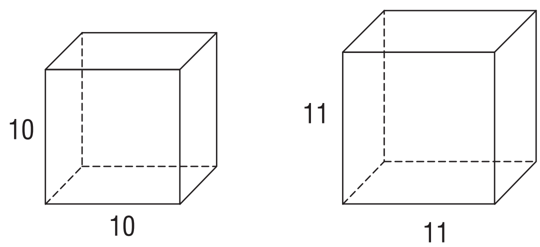
$$\frac{14x + 7x + 12x + 42x}{84} = x - 9$$

$$x = 84$$

A idade de Diofante no casamento:

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} = \frac{84}{6} + \frac{84}{12} = 14 + 7 = 21$$

04. **Falsa**. Ao alterar a medida da aresta de um cubo, área e volume não aumentam na mesma proporção. Veja um exemplo:



$\ell_1 = 10$ — $A_1 = 600$ — $V_1 = 1000$

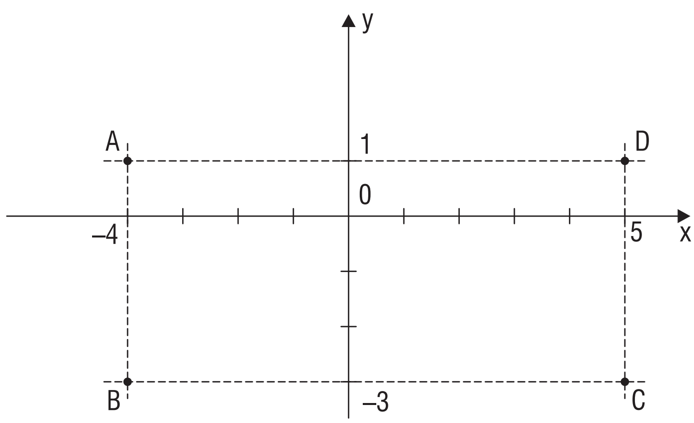
$\ell_2 = 11$ — $A_2 = 726$ — $V_2 = 1331$

Observe que $\frac{A_2}{A_1} \neq \frac{V_2}{V_1}$.

08. **Falsa**.
Tempo total = 7 + 187 = 194 horas =
= 8 . 24 h + 2 h = 8 dias + 2 h

Portanto, o relógio indicará 2 horas.

16. **Falsa**.
Representação no plano cartesiano:



O centro de gravidade é o ponto médio da diagonal $\overline{AC}$:

$$x = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-4+5}{2} = \frac{1}{2} \qquad y = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{1+(-3)}{2} = -1$$

O centro de gravidade $(\frac{1}{2}; -1)$

32. **Verdadeira**.

Dados: $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{z}{2}$ (I)

$2x + 4z = 32$ (II)

Da igualdade (I), temos:

$\frac{x}{4} = \frac{z}{2} \Rightarrow z = \frac{x}{2}$

Substituindo em (II):

$2x + 4 \, . \left(\frac{x}{2}\right) = 32 \Rightarrow x = 8$

Substituindo x = 8 em (I) e (II), temos :

x = 8, y = 6 e z = 4

23) **Resposta**: 20

Resolução

01. **Falso**. Pois 47 ÷ 5 tem resto 2 e não 4, como afirma o item.

02. **Falso.** (0,025, 0,05 ... 2) P.A. de razão 0,025 e

$a_n = 2$

$a_n = a_1 + (n–1)R$

$2 = 0{,}025 + (n–1) \, . \, 0{,}025$

$2 – 0{,}025 = (n–1) \, . \, 0{,}025$

$\frac{1{,}975}{0{,}025} = n - 1$

$79 = n – 1$

n = 80 degraus

04. **Correto**

$\frac{3}{4}x + 10 = 50$

$3x + 40 = 200$

$3x = 160$

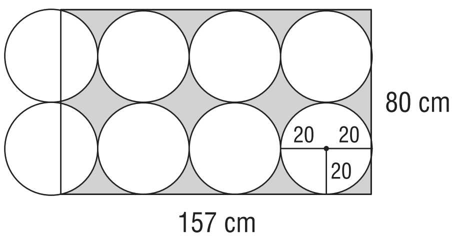
$x = \frac{160}{3} \Rightarrow \frac{160}{3} - 50 = \frac{10}{3}$ de erro:

$\frac{160}{3}$ ______100%

$\frac{10}{3}$ ______ x

$$x = \frac{\frac{10}{\cancel{3}} \, . \, 100}{\frac{160}{\cancel{3}}} = \frac{1000}{160} = 6{,}25\%$$

08. **Falso.** Apesar das áreas serem iguais, é impossível recortar **exatamente** 10 círculos iguais nessa chapa de compensado (veja a figura).



16. **Verdadeiro.** $\frac{3{,}5 + 5{,}5 + 7 + 6 + 4{,}5 + x}{7} \geq 5$

$\frac{31{,}5 + x}{7} \geq 5$

$31{,}5 + x \geq 35$

$x \geq 3{,}5$

24) **Resposta**: 06

Resolução

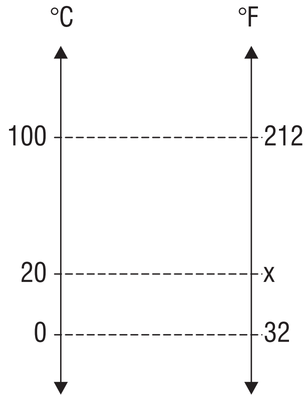
01. **Falsa**.

Razão de semelhança $\Rightarrow \frac{\overline{FE}}{\overline{BC}} = \frac{5x}{x} = 5$

$\frac{\text{área de DEF}}{\text{área de ABC}} = (5)^2$

$\frac{A_{DEF}}{10} = 25 \Rightarrow A_{DEF} = 250 \text{ cm}^2$

02. **Verdadeira.**



Por proporção:

$\frac{100}{20} = \frac{180}{x - 32}$

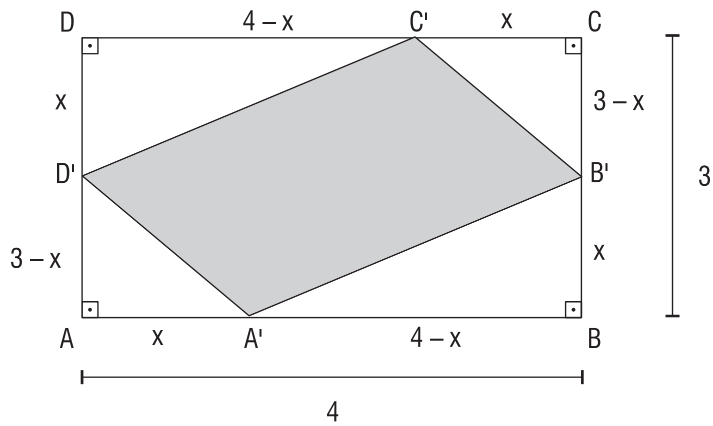
$5 \, . \, (x – 32) = 180$

$5x – 160 = 180$

$5x = 340$

$x = 68$

04. **Verdadeira**.



$A_{A'B'C'D'} = A_{ABCD} – 2 \, . \, A_{A'BB'} – 2 \, . \, A_{B'CC'}$

$A = 4 \, . \, 3 - \cancel{2} \, . \, \frac{(4 - x) \, . \, (x)}{\cancel{2}} - \cancel{2} \, . \, \frac{(3 - x) \, . \, x}{\cancel{2}}$

$A = 12 – 4x + x^2 – 3x + x^2$

$A = 12 – 7x + 2x^2$

08. **Falsa**.
Despesas: x

$$x + \frac{10}{100} \cdot x = 143$$

$$1{,}1x = 143$$

$$x = 130$$

Despesas: R$130,00

16. **Falsa**.
Múltiplos de 6 não negativos:

$$\underbrace{(0, 6, 12, ..., 108)}_{\text{19 termos}} \text{ P.A.}$$

$$S_{19} = \frac{(0 + 108) \cdot 19}{2}$$

$$S_{19} = 1026$$

25) **Resposta**: 18

Resolução

01. **Falsa**.
$1 \text{ h} \to 8$
$2 \text{ h} \to 64$
$3 \text{ h} \to 512$
$4 \text{ h} \to 4096$
$5 \text{ h} \to 20480$

02. **Verdadeira**. Basta olhar o gráfico.

04. **Falsa**. Como aumenta em quantidades constantes, temos uma P.A. de razão R e $a_1 = 820$.
No 5º ano: $a_5 = a_1 + 4R$
$1460 = 820 + 4R$
$R = 160$
No 8º ano: $a_8 = a_1 + 7R$
$a_8 = 820 + 7 \cdot 160$
$a_8 = 820 + 1120$
$a_8 = 1940$

08. **Falsa**.
Suponha: 100 inicial

1ª desvalorização $\Rightarrow 100 - \frac{30}{100} \cdot 100 = 70$

2ª desvalorização $\Rightarrow 70 - \frac{2\cancel{0}}{10\cancel{0}} \cdot 7\cancel{0} = 56$

Logo, 100 – 56 = 44
Desvalorização total de 44%.

16. **Verdadeira**.
$f(x - 3) = 3f(x) - 6$
$f(0 - 3) = 3f(0) - 6$
$f(-3) = 3f(0) - 6$
$15 = 3f(0) - 6$
$21 = 3f(0)$
$f(0) = 7$

26) **Resposta**: 04

Resolução

01. **Falsa**.

$$d = \frac{|ax_0 + bx_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$d = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 - 31|}{\sqrt{3^2 + 4^2}}$$

$$d = \frac{|-20|}{\sqrt{25}}$$

$$d = 4$$

02. **Falsa**.
Princípio Fundamental da Contagem:

$$\square\ \square\ \square\ \square\ \square\ \square\ \square\ \square\ \square\ \square$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^{10} = 1024$$

04. **Verdadeira**.

$$T_{p+1} = \binom{n}{p} \cdot a^p \cdot x^{n-p}$$

$$T_{p+1} = \binom{10}{p} \cdot (x^4)^p \cdot \left(\frac{-1}{x}\right)^{10-p}$$

$$T_{p+1} = \binom{10}{p} \cdot x^{4p} \cdot (-1)^{10-p} \cdot x^{-10+p}$$

$$T_{p+1} = \binom{10}{p} \cdot (-1)^{10-p} \cdot x^{5p-10}$$

Substituindo p = 2:

$$T_{2+1} = \binom{10}{2} \cdot (-1)^8 \cdot x^0 \Rightarrow T_3 = 45$$

08. **Falsa**.

$$S_{20} = 2 + 4 + 8 + 16 + ... + 2^{20}$$

$$S_{20} = \frac{2 \cdot (2^{20} - 1)}{2 - 1}$$

$$S_{20} = 2\ 097\ 150$$

27) **Resposta**: 24

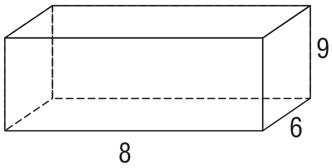
Resolução

01. **Falsa**.

$$\left.\begin{array}{l} V_1 = \pi(2r)^2 \cdot \dfrac{h}{2} = 2\pi r^2 h \\ V_2 = \pi r^2 h \\ V_3 = \pi\left(\dfrac{r}{2}\right)^2 \cdot 2h = \dfrac{\pi r^2 h}{2} \end{array}\right\} V_3 < V_2 < V_1$$

02. **Falsa**.

Forma 1

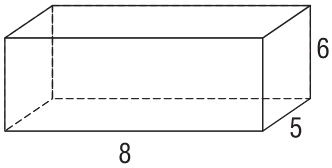


$V_1 = 432\ cm^3$

$432\ cm^3$ _____ 2,16
$1\ cm^3$ _____ x

$x = 0{,}005$

Forma 2



$V_1 = 240\ cm^3$

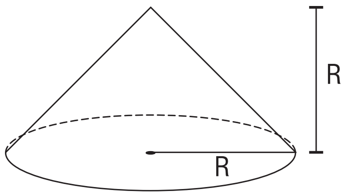
$240\ cm^3$ _____ 0,96
$1\ cm^3$ _____ y

$y = 0{,}004$

A forma 2 é mais vantajosa que a forma 1.

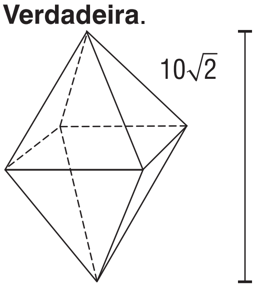
04. **Falsa**.

$$V_e = \frac{4}{3}\pi R^3$$



$$V_c = \frac{\pi R^2 .\ R}{3} = \frac{\pi R^3}{3} \Rightarrow V_e = 4\ .\ V_c$$

08. **Verdadeira**.



$$h = \ell\sqrt{2} = 10\sqrt{2}\ .\ \sqrt{2} = 20$$

$$V = \frac{(10\sqrt{2})^2 .\ 20}{3} = \frac{4000}{3}$$

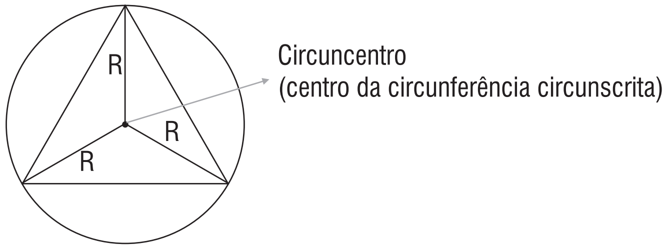
16. **Verdadeira**.

$$\begin{aligned} 81^{\log_9 3} &= (9^2)^{\log_9 3} \\ &= \left(9^{\log_9 3}\right)^2 \\ &= 3^2 \\ &= 9 \end{aligned}$$

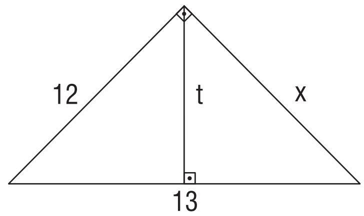
28) **Resposta**: 18

Resolução

01. **Falsa.** O ponto equidistante dos três vértices é o circuncentro.



02. **Verdadeira.**



$13^2 = 12^2 + x^2$

$x = 5$

$$A = \frac{b\ .\ h}{2}$$

$$\frac{12\ .\ 5}{2} = 30\ \text{ua}$$

$$30 = \frac{13\ .\ t}{2}$$

$$t = \frac{60}{13}$$

04. **Falsa.**

$$\left.\begin{array}{l} \log 10 = 1 \\ \log 100 = 2 \\ \log 1000 = 3 \end{array}\right\}\ \text{PA de razão 1}$$

08. **Falsa**

$$\begin{cases} 2x + y = \begin{pmatrix} -3 & 9 & -5 \\ 17 & -11 & 21 \end{pmatrix} .\ (-2) \\ 3x + 2y = \begin{pmatrix} -5 & 11 & -7 \\ 30 & -21 & 35 \end{pmatrix} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x - 2y = \begin{pmatrix} 6 & -18 & 10 \\ -34 & 22 & -42 \end{pmatrix} \\ 3x + 2y = \begin{pmatrix} -5 & 11 & -7 \\ 30 & -21 & 35 \end{pmatrix} \end{cases} +$$

$$-x = \begin{pmatrix} 1 & -7 & 3 \\ -4 & 1 & -7 \end{pmatrix} \Rightarrow x = \begin{pmatrix} -1 & 7 & -3 \\ 4 & -1 & 7 \end{pmatrix}$$

16. **Verdadeira.**

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$$

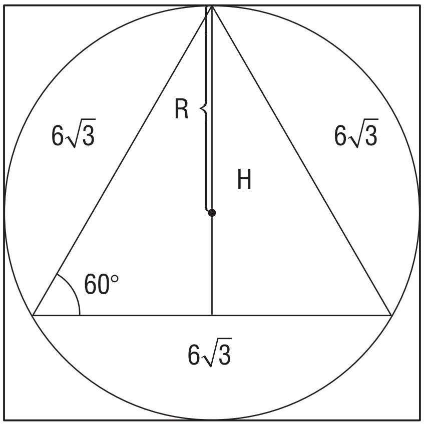
$$B^{t} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 1 & -7 \end{pmatrix}$$

29) **Resposta**: 05

Resolução

01. **Verdadeira**.



$$\text{sen } 60° = \frac{H}{6\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{H}{6\sqrt{3}}$$

$$9 = H$$

$$R = \frac{2}{3} \cdot 9$$

$$R = 6$$

Assim, $\ell_Q = 12$

02. **Falsa**.

$$\pi < x < \frac{3\pi}{2}$$

$$\text{tg } x = 5$$

$$\frac{\text{sen } x}{\cos x} = 5$$

$$\text{sen } x = 5 \cos x$$

Substituindo em $\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$, temos:

$$(5\cos x)^2 + \cos^2 x = 1$$
$$25\cos^2 x + \cos^2 x = 1$$
$$26\cos^2 x = 1$$

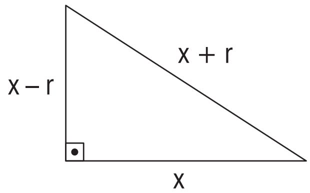
$$\cos^2 x = \frac{1}{26}$$

$$\cos x = \pm\frac{1}{\sqrt{26}}$$

$$\cos x = \pm\frac{\sqrt{26}}{26}$$

Como $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$, $\cos x = -\frac{\sqrt{26}}{26}$

04. **Verdadeira**.



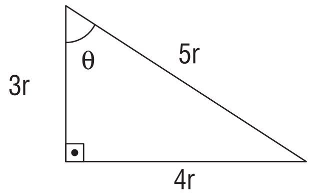
$$(x + r)^2 = (x - r)^2 + x^2$$

$$\cancel{x^2} + 2xr + \cancel{r^2} = \cancel{x^2} - 2xr + \cancel{r^2} + x^2$$

$$0 = x^2 - 4xr$$
$$0 = x \cdot (x - 4r)$$

$x = 0$ (não faz sentido) ou $x = 4r$

Assim:



$$\cos \theta = \frac{3r}{5r}$$

$$\cos \theta = \frac{3}{5}$$

08. **Falsa**.

$$\frac{1 - \text{tg}^2 x}{1 + \text{tg}^2 x} = \frac{1 - \dfrac{\text{sen}^2 x}{\cos^2 x}}{1 + \dfrac{\text{sen}^2 x}{\cos^2 x}}$$

$$= \frac{\dfrac{\cos^2 x - \text{sen}^2 x}{\cancel{\cos^2 x}}}{\dfrac{\cos^2 x + \text{sen}^2 x}{\cancel{\cos^2 x}}} = 1$$

$$= \cos^2 x - \text{sen}^2 x$$

Observação: mesmo que a igualdade fosse verificada, ainda assim o item seria falso, pois a condição de existência para tg x é $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in Z$ e não $x \neq \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in Z$.

16. **Falsa**.
$[0, 2\pi]$
$\cos 2x = 0$

$$2x = \frac{\pi}{2} \text{ ou } 2x = \frac{3\pi}{2} \text{ ou } 2x = \frac{5\pi}{2} \text{ ou } 2x = \frac{7\pi}{2}$$
$$x = \frac{\pi}{4} \qquad x = \frac{3\pi}{4} \qquad x = \frac{5\pi}{4} \qquad x = \frac{7\pi}{4}$$

4 soluções.

30) **Resposta**: 17

Resolução

01. **Verdadeira**.

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ 1 & x & x \end{vmatrix} = 0$$

$x^3 - 2 + x - x + 2x^2 - x = 0$
$x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$

Pelo teorema das raízes racionais, x = 1 é raiz.
Rebaixando a ordem da equação:

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & 2 & -1 & -2 \\ \hline & 1 & 3 & 2 & 0 \end{array}$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \quad \begin{cases} x' = -1 \\ x'' = -2 \end{cases}$$

$S = \{1, -1, -2\}$
$S \subset [-2, 1]$

02. **Falsa**.

$$\begin{array}{l|l} P(x) & x - 3 \\ \hline \underbrace{5} & \end{array} \Rightarrow P(3) = 5$$

$$\begin{array}{l|l} P(x) & x + 1 \\ \hline \underbrace{2} & \end{array} \Rightarrow P(-1) = 2$$

O resto da divisão de P(x) por (x – 3) . (x + 1) é de grau no máximo 1.

$$\begin{array}{l|l} P(x) & (x - 3) . (x + 1) \\ \hline \underbrace{ax + b} & Q(x) \end{array}$$

$P(x) = (x - 3) . (x + 1) . Q(x) + ax + b$

$$\begin{cases} P(3) = \overbrace{\cancel{(3 - 3)}}^{0} . (3 + 1) . Q(3) + 3a + b = 5 \\ P(-1) = (-1 - 3) . \overbrace{\cancel{(-1 + 1)}}^{0} . Q(-1) - a + b = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a + b = 5 \\ -a + b = 2 \ . \ (-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a + \cancel{b} = 5 \\ \underline{a - \cancel{b} = -2} \end{cases} \oplus$$

$4a = 3$

$$a = \frac{4}{3}$$

Substituindo em –a + b = 2, temos:

$$-\frac{3}{4} + b = 2$$

$$b = 2 + \frac{3}{4}$$

$$b = \frac{11}{4}$$

Logo, o resto é: $\frac{3}{4}x + \frac{11}{4}$

04. **Falsa**. Se $P(x) = 3x^3 + x^2 - 7x - M$ é divisível por x + 2, então, pelo teorema do resto:
Resto = P(–2) = 0
$3 . (-2)^3 + (-2)^2 - 7 . (-2) - M = 0$
$-24 + 4 + 14 - M = 0$
$-6 = M$

08. **Falsa**.
$2x^4 + 5x^3 - 35x^2 - 80x + 48 = 0$
Raízes: $-3, -4, r_3, r_4$
Relação de Girard:

$$(-3) . (-4) . (r_3) . (r_4) = \frac{48}{2}$$

$12 . r_3 . r_4 = 24$
$r_3 . r_4 = 2$

16. **Verdadeira**.
$x^3 + 0 . x^2 - 7x + 6 = 0$
Raízes: a, b, c
Relações de Girard dessa equação:

$$\begin{cases} a + b + c = 0 \\ ab + ac + bc = -7 \\ a . b . c = -6 \end{cases}$$

Assim,

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{bc + ac + ab}{abc} = \frac{-7}{-6} = \frac{7}{6}$$