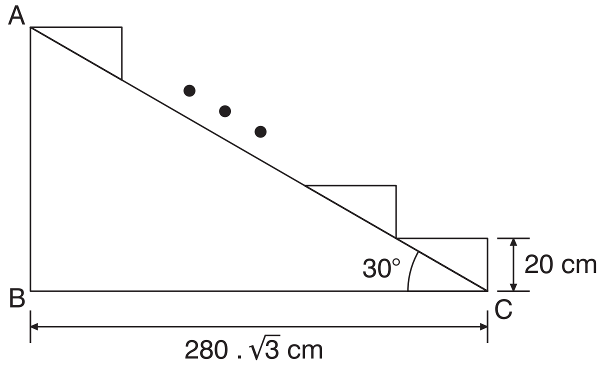
01) **Resposta**: C

Comentário



No triângulo ABC, temos

$$\text{tg } 30^{\circ} = \frac{AB}{280\sqrt{3}}$$

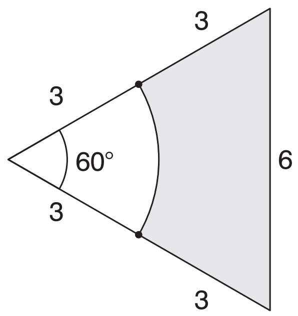
$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AB}{280\sqrt{3}}$$

AB = 280 cm

Como cada degrau medirá 20 cm, o número de degraus será $\frac{280 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = 14$

02) **Resposta**: E

Resolução



$$A_{Hachurada} = A_{Triângulo} - A_{Setor}$$

$$A_H = \frac{\ell^2 . \sqrt{3}}{4} - \frac{\ell . r}{2}$$

$$A_H = \frac{b^2 . \sqrt{3}}{4} - \frac{\alpha . r . r}{2}$$

$$A_H = 9\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} . \frac{3 . 3}{2}$$

$$A_H = 9 . \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}\right) \text{cm}^2$$

03) **Resposta**: D

Resolução

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -1 - 2 = -3$$

$$\det D = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 4 + 1 = 5$$

$A^{-1}BA = D$
$\det (A^{-1} . B . A) = \det D$
$\det A^{-1} . \det B . \det A = \det D$

$$\frac{1}{\cancel{\det A}} . \det B . \cancel{\det A} = \det D$$

$\det B = \det D$

Logo, $\det B = 5$

04) **Resposta**: A

Resolução

$P\left(\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$ $f(x) = ax - b$ $g(x) = \log_b x$

$g(x) = \log_b x$

$P\left(\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$ $\frac{1}{2} = \log_b \sqrt{3}$

$b^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

$\sqrt{b} = \sqrt{3} \Rightarrow b = 3$

$P\left(\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$ $f(x) = ax - b$

$$\frac{1}{2} = \sqrt{3} . a - 3$$

$$\frac{1}{2} + 3 = a . \sqrt{3}$$

$$a . \sqrt{3} = \frac{7}{2} \Rightarrow a = \frac{7}{2\sqrt{3}} \Rightarrow a = \frac{7\sqrt{3}}{6}$$

Produto $\Rightarrow$ $a . b = \frac{7\sqrt{3}}{\cancel{6}} . \cancel{3}$

$$a . b = \frac{7\sqrt{3}}{2}$$

05) **Resposta**:

Comentário

06) **Resposta**: C

Comentário

(x, y, z) PG de razão 10^x

$(\underbrace{x}_{x},\ \underbrace{x \cdot 10^x}_{y},\ \underbrace{x \cdot 10^{2x}}_{z})$

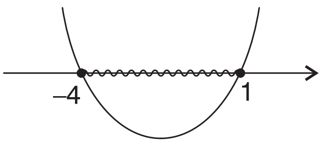
$\log(x \cdot y \cdot z) = \log(x \cdot x \cdot 10^x \cdot x \cdot 10^{2x})$
$\log(x \cdot y \cdot z) = \log(x^3 \cdot 10^{3x})$
$\log(x \cdot y \cdot z) = 3 \cdot \log x + 3x \cdot \log 10$
$\log(x \cdot y \cdot z) = 3x + 3 \cdot \log x$

07) **Resposta**: E

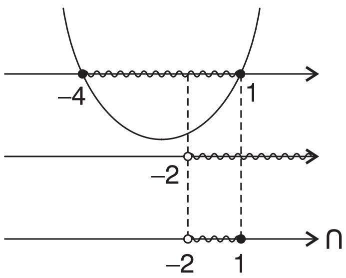
Resolução

$f(x) = \sqrt{-2x^2 - 6x + 8}$ $\qquad$ $g(x) = \log(x + 2)$

Domínio:
$-2x^2 - 6x + 8 \geq 0$ e $x + 2 > 0$
$x^2 + 3x - 4 \leq 0$ $\quad$ $x > -2$



Intersecção:

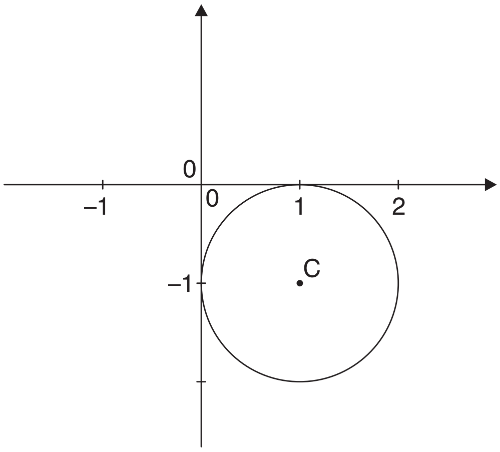


S = (–2, 1]

08) **Resposta**: B

Comentário

I. **Verdadeiro**.
$x^2 - 2x + y^2 + 2y + 1 = 0$ tem centro de coordenadas (1, –1) e raio igual a 1. Portanto, é tangente ao eixo das abcissas e ao eixo das ordenadas.



II. **Verdadeiro**.

Hipérbole: $x^2 - 4y^2 = 4$

Dividindo ambos os lados por 4, obtemos:

$$\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$$

Assim, concluímos que a hipérbole tem

$$\begin{cases} \text{Centro C (0, 0)} \\ a = 2 \Rightarrow \text{Eixo real} = 4 \text{ (sobre o eixo das abcissas)} \\ b = 1 \Rightarrow \text{Eixo imaginário} = 2 \text{ (sobre o eixo das ordenadas)} \end{cases}$$

Além disso, os vértices são A_1 (–2, 0) e A_2 (2, 0).

Esses vértices, quando substituídos, satisfazem a equação da elipse:

$9x^2 + 4y^2 = 36$
A_1 (–2, 0) $\Rightarrow 9 \cdot (-2)^2 + 4 \cdot (0)^2 = 36$
A_2 (2, 0) $\Rightarrow 9 \cdot (2)^2 + 4 \cdot (0)^2 = 36$

Elipse:

$9x^2 + 4y^2 = 36$

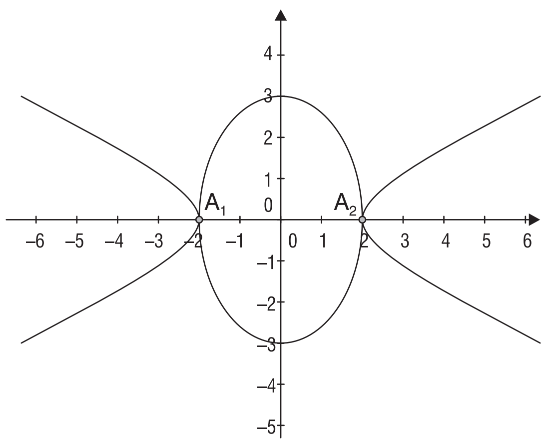
Dividindo ambos os lados por 36, obtemos:

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$$

Assim, temos

$$\begin{cases} \text{Centro C (0, 0)} \\ a = 3 \Rightarrow \text{Eixo maior} = 6 \text{ (vertical)} \\ b = 2 \Rightarrow \text{Eixo menor} = 4 \text{ (horizontal)} \end{cases}$$

Como os centros da elipse e hipérbole coincidem, concluímos que os únicos pontos em comum são os vértices da hipérbole.



III. **Falso**.
Pelo gráfico do item anterior, concluímos que o semi-eixo maior da elipse é **perpendicular** ao eixo real da hipérbole.

09) **Resposta**: A

Resolução

$$V_{cone} + V_{semi\text{-}esfera} = V_{cilindro} - V_{semi\text{-}esfera}$$

$$\frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} + \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \pi \cdot r^2 \cdot h - \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$\pi \cdot r^2 \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^3 = 3 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h - 2 \cdot \pi \cdot r^3$
$\pi \cdot r^2 (h + 2r) = \pi \cdot r^2 (3h - 2r)$
$h + 2r = 3h - 2r$
$4r = 2h$
$h = 2r$

10) **Resposta**:

Comentário

A questão 10 não possui gabarito, pois, para um total de 3k medalhas, a quantidade de possibilidades distintas de se formar o quadro de medalhas será dado por:

$$P_{(3k+2)}^{3k,\,2} = \frac{(3k+2)!}{(3k)!\ 2!}$$

$$P_{(3k+2)}^{3k,\,2} = \frac{(3k+2) \cdot (3k+1) \cdot \cancel{(3k)!}}{\cancel{(3k)!}\ 2 \cdot 1}$$

$$P_{(3k+2)}^{3k,\,2} = \frac{9k^2 + 9k + 2}{2}$$

Observação: O gabarito resulta do princípio fundamental da contagem, o que não fornece o resultado correto.

11) **Resposta**: C

Resolução

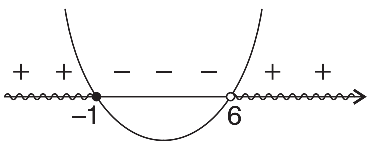
$$\left(\sqrt[3]{2^{(x-2)}}\right)^{x+3} > 4^x$$

$$\left(2^{\frac{(x-2)}{3}}\right)^{x+3} > \left(2^2\right)^x$$

$$2^{\left(\frac{x-2}{3}\right) \cdot (x+3)} > 2^{2x}$$

$$\left(\frac{x-2}{3}\right) \cdot (x+3) > 2x$$

$x^2 + x - 6 > 6x$
$x^2 - 5x - 6 > 0$

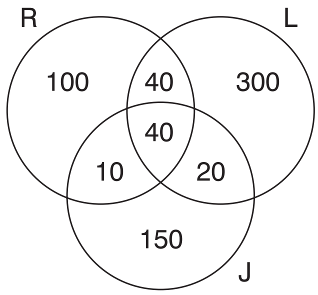


$S = \{x \in R / x < -1 \text{ ou } x > 6\}$

12) **Resposta**: D

Comentário

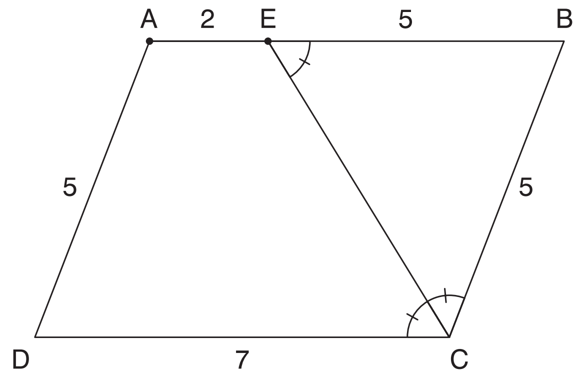
Somente revistas: 100
Somente livros: 300
Somente jornais: 150
Livros e revistas: 80
Jornais e revistas: 50
Livros e jornais: 60
Livros, revistas e jornais: 40



I. **Falso**. Pelo menos um dos três: 660.
II. **Verdadeiro**.
III. **Falso**. Revistas ou livros: 510

13) **Resposta**: E

Resolução



A = 6
B = 2
C = 1
D = 3
E = 3

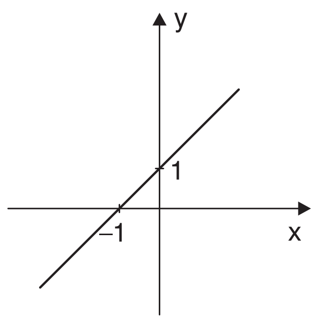
2P = 7 + 7 + 5 + 5
2P = 24

14) **Resposta**: A

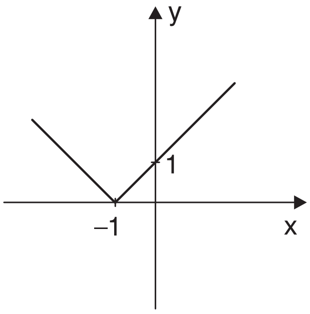
Resolução

$f(x) = |x + 1| + 2$

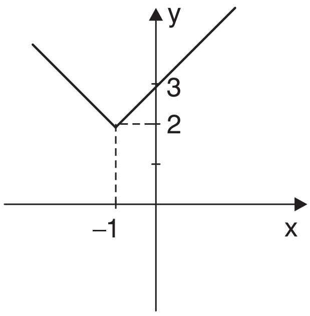
$y = x + 1 \Rightarrow$



$y = |x + 1| \Rightarrow$



$y = |x + 1| + 2 \Rightarrow$



15) **Resposta**:

Comentário