

Resolução – Matemática

Prova Amarela

21) Resposta: 10

Comentário

01. **Incorreta.**

$$\begin{array}{r|l} \text{m.m.c. (15,25)} & 3 \\ 5,25 & 5 \\ 1,5 & 5 \\ 1,1 & 75 \end{array}$$

Eles voltarão a se encontrar após 75' \Rightarrow 11h15'.

02. **Correta.**



m.d.c. (112, 80, 48)

$$\begin{array}{r|l} 112 & 2 \\ 56 & 2 \\ 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 80 & 2 \\ 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$2^4 \cdot 7 \quad 2^4 \cdot 5 \quad 2^4 \cdot 3 \Rightarrow \text{m.d.c} = 2^4 = 16.$$

04. **Incorreta.**

$$\frac{60 \text{ h} - 11 \text{ min}}{2} = \frac{60,9 - 11 \cdot 10}{2} = \frac{540 - 110}{2} =$$

215°

Menor ângulo: $360^\circ - 215^\circ = 145^\circ$.

08. **Correta.**

$$S = \pi R^2 = \pi \cdot 10^2 = 100\pi \text{ cm}^2$$

$$S = \pi R^2 = \pi \cdot 15^2 = 225\pi \text{ cm}^2$$

$$225\pi \cdot 16 = 3600\pi \text{ cm}^2$$

$$\frac{3600\pi}{100\pi} = 36 \text{ pessoas}$$

16. **Incorreta.**

Suponha o valor inicial 100:

$$100 + \frac{10}{100} \cdot 100 = 110$$

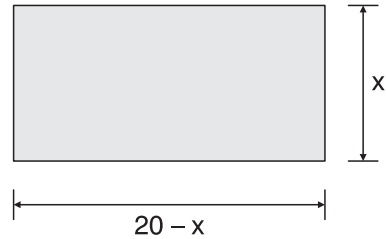
$$110 + \frac{20}{100} \cdot 110 = 132$$

É equivalente a um aumento de 32%.

22) Resposta: 06

Comentário

01. **Incorreta.**

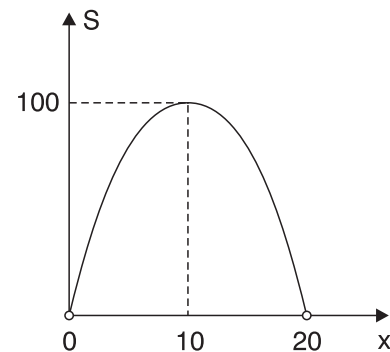


$$S = b \cdot h$$

$$S = (20 - x) \cdot x$$

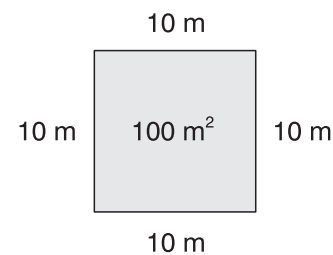
$$S = 20x - x^2$$

Gráfico de $S = 20x - x^2$



Área máxima = 100 m²

Lados = 10 m



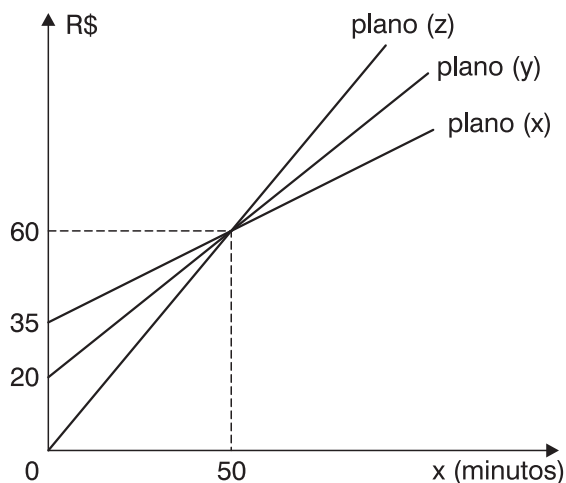
02. **Correta.**

Plano x: $f(x) = 35 + 0,50 \cdot x$

Plano y: $g(x) = 20 + 0,80 \cdot x$

Plano z: $h(x) = 1,20 \cdot x$

Representação gráfica



Portanto, acima de 50 minutos o plano **x** é o mais vantajoso.

Observação: A resposta acima está de acordo com o gabarito da Universidade Federal de Santa Catarina, porém, o texto sugere uma segunda interpretação, em que o plano (z) seria dado pela função

$$h(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq 50 \\ (x - 50) \cdot 1,20, & \text{se } x > 50 \end{cases}, \text{ o que o tornaria}$$

falso.

04. Correta.

Função custo: $C(x) = x^2 + x + 500$

Função número de unidades: $x(t) = 15 \cdot t$

Ao final da segunda hora, temos $t = 2$, ou seja:

$$x(t) = 15 \cdot t$$

$$x(2) = 15 \cdot 2$$

$$x(2) = 30 \text{ unidades}$$

$$C(x) = x^2 + x + 500$$

$$C(30) = (30)^2 + (30) + 500$$

$$C(30) = 1430$$

08. Incorreta.

Quantidade inicial: M_0

Quantidade não desintegrada após 40 anos:

$$M(t) = M_0 \cdot 2^{-\frac{t}{20}}$$

$$M(40) = M_0 \cdot 2^{-\left(\frac{40}{20}\right)}$$

$$M(40) = M_0 \cdot 2^{-2}$$

$$M(40) = \frac{1}{4} \cdot M_0$$

A porcentagem ainda não desintegrada é 25%.

16. Incorreta.

Impostos em 1995: R\$2594,00

Aumento de 20%: $(2594) \cdot (1,20) = 3112,80$

Impostos em 2000: R\$3269,00

23) Resposta: 09

Comentário

01. Correta.

As distâncias até a primeira placa formam uma PA. A diferença entre a décima e a sétima será equivalente a 3 vezes a razão.

$$a_{10} - a_7 = 1200$$

$$3r = 1200$$

$$r = 400$$

$$a_{20} - a_1 = 19 \cdot r$$

$$a_{20} - a_1 = 19 \cdot 400$$

$$a_{20} - a_1 = 7600$$

02. Incorreta.

$(x - r, x, x + r)$ PA

$$(x - r) + (x) + (x + r) = 36$$

$$3x = 36$$

$$x = 12 \Rightarrow \text{PA } (12 - r, 12, 12 + r)$$

Como os números inteiros são não-nulos, o maior possível é 23.

04. Incorreta.

PA em que $a_1 = 500$ e $r = 50$.

$$a_{12} = a_1 + 11 \cdot r$$

$$a_{12} = 500 + 11 \cdot 50$$

$$a_{12} = 500 + 550$$

$$a_{12} = 1050$$

$$S_{12} = (a_1 + a_{12}) \cdot \frac{12}{2}$$

$$S_{12} = (500 + 1050) \cdot 6$$

$$S_{12} = 1550 \cdot 6$$

$$S_{12} = 9300$$

08. Correta.

$$1^\circ \text{ mês: } 98 \cdot (0,98)^1$$

$$2^\circ \text{ mês: } 98 \cdot (0,98)^2$$

⋮

$$9^\circ \text{ mês: } 98 \cdot (0,98)^9 \Rightarrow \text{com } 98 = 100 \cdot 0,98, \text{ teremos:}$$

$$100 \cdot 0,98 (0,98)^9$$

$$100 \cdot (0,98)^{10}$$

16. Incorreta.

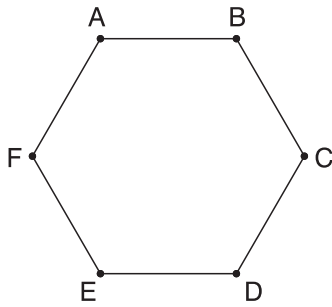
O décimo termo é 89.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89

24) Resposta: 20

Comentário

01. Incorreta.



Casos possíveis

Retas determinadas pelos vértices

$$C_{6,2} = 15$$

Casos de interesse

Retas que passam pelo centro:

$$\frac{6}{2} = 3$$

$$\text{Logo, } P = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

02. Incorreta.

$$A_{5,2} = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 20$$

04. Correta.

C, A, C, I

$$P_4^2 = \frac{4!}{2!} = 12$$

08. Incorreta.

7 pessoas

Número de apertos de mão: $C_{7,2} = 21$

16. Correta.

Sucos: laranja, abacaxi, acerola, limão e morango

Copos: pequeno, médio e grande

Pelo princípio multiplicativo:

$$\begin{array}{cc} \text{sucos} & \text{copos} \\ \uparrow & \uparrow \\ 5 & \cdot \quad 3 = 15 \text{ possibilidades} \end{array}$$

25) Resposta: 22

Comentário

$$P + L + A + J = 90 \text{ (I)}$$

$$\frac{P}{2} = 2L = A - 2 = J + 2 = K \text{ (II)}$$

Da equação II temos:

$$P = 2k, L = \frac{k}{2}, A = k + 2, J = k - 2.$$

Substituindo na equação I, obtemos:

$$2k + \frac{k}{2} + k + 2 + k - 2 = 90$$

$$4k + k + 2k + 2k = 180$$

$$9k = 180$$

$$k = 20$$

$$\text{André} = k + 2$$

$$\text{André} = 22 \text{ CDs}$$

26) Resposta: 24

Comentário

01. Incorreta.

$$\cos^2 x - \sin^2 x = -1$$

Lembre-se que $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$.

$$\text{Assim, } \cos^2 x - (1 - \cos^2 x) = -1.$$

$$2\cos^2 x - 1 + \cos^2 x = -1$$

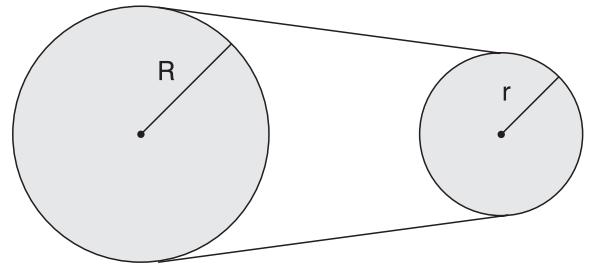
$$3\cos^2 x = 0$$

$$\cos^2 x = 0$$

$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ ou } x = \frac{3\pi}{2}$$

02. Incorreta.



$$C_1 = 2\pi \cdot R$$

$$C_1 = 2\pi \cdot 55$$

$$C_1 = 110\pi$$

$$C_2 = 2\pi \cdot r$$

$$C_2 = 2\pi \cdot 35$$

$$C_2 = 70\pi$$

m.m.c. (110, 70)

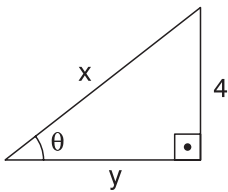
$$\begin{array}{r|l} 110,70 & 2 \\ 55,35 & 5 \\ 11,7 & 7 \\ 11,1 & 11 \\ 1,1 & 770 \end{array}$$

m.m.c. (110, 70) = 770

Polia grande: 7 voltas.

Polia pequena: 11 voltas.

04. **Incorreta.**



$$\text{sen } \theta = \frac{4}{x}$$

$$\text{cos } \theta = \frac{y}{x}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{\text{sen } \theta}{\text{cos } \theta} = \frac{4/x}{y/x} = \frac{\sqrt{2}}{5}$$

$$\frac{4}{y} = \frac{\sqrt{2}}{5}$$

$$y = \frac{20}{\sqrt{2}}$$

$$x^2 = y^2 + 4^2$$

$$x^2 = \left(\frac{20}{\sqrt{2}}\right)^2 + 16$$

$$x^2 = \frac{400}{2} + 16$$

$$x^2 = 216$$

$$x = \sqrt{216} = 6\sqrt{6}$$

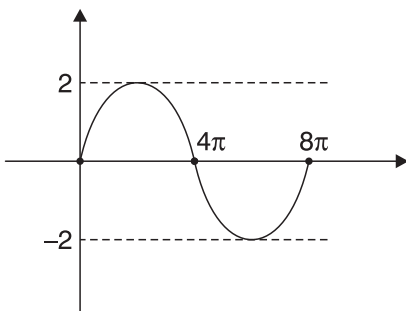
08. **Correta.**

$$f(x) = 2 \text{ sen } \left(\frac{x}{4}\right)$$

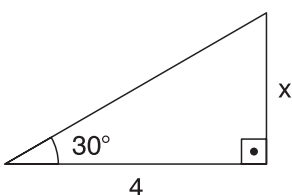
$$\text{Imagem} = [-2, +2]$$

$$P = \frac{2\pi}{1/4}$$

$$P = 8\pi$$



16. **Correta.**



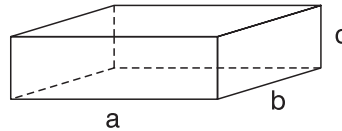
$$\text{tg } 30^\circ = \frac{x}{4}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{4}$$

$$x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

27) **Resposta:** 64

Comentário



$$A \cdot x^3 + B \cdot x^2 + C \cdot x + D = 0$$

$$x^3 - 14 \cdot x^2 + 56 \cdot x - 64 = 0$$

As relações de Girard são:

$$\bullet a + b + c = \frac{-B}{A}$$

$$\bullet a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c = \frac{C}{A}$$

$$\bullet a \cdot b \cdot c = \frac{-D}{A}$$

Usando a terceira relação, temos:

$$V = 64$$

28) **Resposta:** 02

Comentário

01. **Incorreta.**

$$x = ab \Rightarrow 10a + b$$

$$a + b = 12 \quad (1)$$

$$10b + a = 10a + b + 54$$

$$10b - b + a - 10a = 54$$

$$9b - 9a = 54$$

$$\Rightarrow b - a = 6 \quad (2)$$

$$\begin{cases} b - a = 6 \quad (2) \\ a + b = 12 \quad (1) \end{cases}$$

$$2b = 18$$

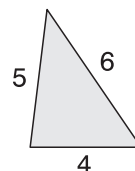
$$b = 9$$

$$a + 9 = 12$$

$$a = 3$$

$$x = 39$$

02. **Correta.**



$$\frac{\text{área maior}}{\text{área menor}} = K^2$$

$$\frac{\text{área maior}}{\text{área menor}} = 90000$$

$$K^2 = 90000$$

$$K = 300$$

$$\frac{\text{perímetro maior}}{\text{perímetro menor}} = K$$

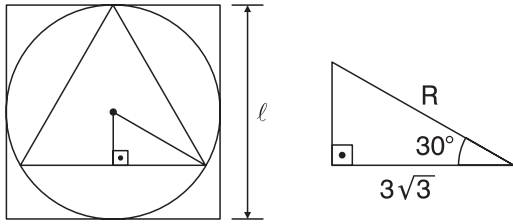
$$\frac{\text{perímetro maior}}{0,15} = 300$$

$$\text{Perímetro maior} = 45,0 \text{ m}$$

$$\text{coeficiente angular no trecho I} = \frac{10}{50} = 0,2$$

$$\text{coeficiente angular no trecho II} = \frac{30}{20} = 1,5$$

04. **Incorreta.**



$$\cos 30^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{R}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{R}$$

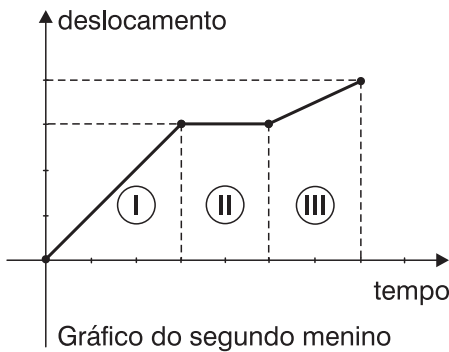
$$R = 6$$

$$\ell = 2R$$

$$\ell = 12$$

08. **Incorreta.**

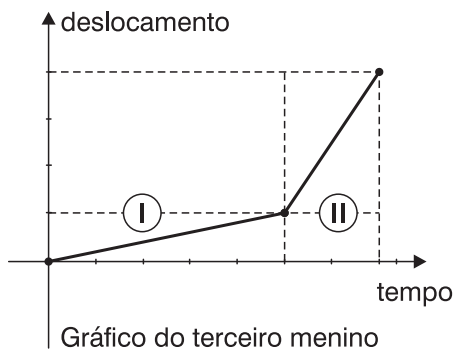
Menino 1: Como o gráfico é linear, a velocidade é constante.



$$\text{coeficiente angular no trecho I} = \frac{30}{30} = 1$$

$$\text{coeficiente angular no trecho III} = \frac{10}{20} = 0,5$$

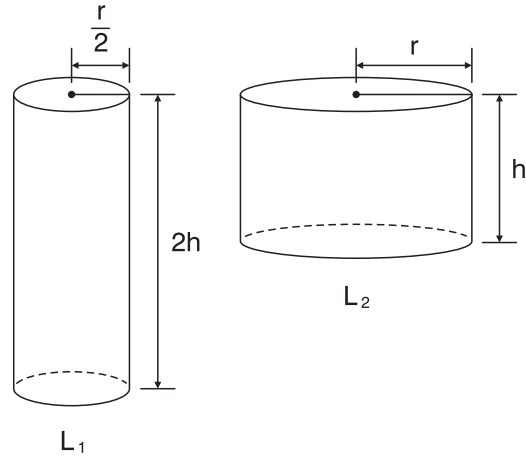
Logo, o trecho I e o trecho III não foram percorridos com a mesma velocidade.



29) **Resposta:** 03

Comentário

01. **Correta.**



$$V_1 = \pi \cdot \frac{r^2}{4} \cdot 2h$$

$$V_1 = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{2}$$

$$V_2 = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Como o volume de L_2 é o dobro de L_1 , o custo deveria ser o dobro; como é menor, a lata L_2 é mais econômica.

02. **Correta.**

$$A_1 = A_2 + A_3$$

$$\frac{\pi \cdot R_1^2}{2} = \frac{\pi \cdot R_2^2}{2} + \frac{\pi \cdot R_3^2}{2}$$

$$R_1^2 = R_2^2 + R_3^2 \cdot (4)$$

$$4 \cdot R_1^2 = 4 \cdot R_2^2 + 4 \cdot R_3^2$$

$$(2R_1)^2 = (2R_2)^2 + (2R_3)^2$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \text{ (Pitágoras)}$$

04. **Incorreta.**

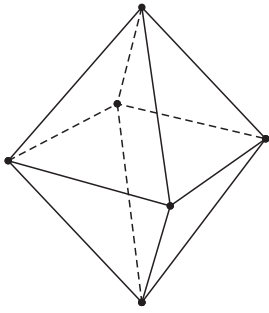
$$V = \frac{Ab \cdot M}{3}$$

$$72 = \frac{\ell^2 \cdot \ell}{3}$$

$$21b = \ell^3$$

$$\ell = 6$$

08. **Incorreta.**

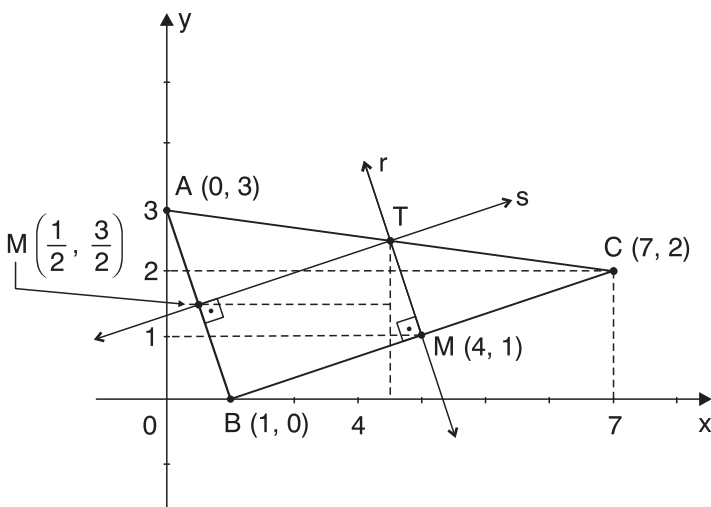


octaedro = 8 faces triangulares e 12 arestas

30) **Resposta:** 17

Comentário

01. **Correta.**



$d_{TA} = d_{TB} = d_{TC} \Rightarrow$ centro da circunferência circunscrita.

Reta r

$$\begin{aligned} y - y_0 &= m_r (x - x_0) \\ y - 1 &= -3(x - 4) \\ y - 1 &= -3x + 12 \\ 3x + y - 13 &= 0 \end{aligned}$$

$$m_{BC} = \frac{2 - 0}{7 - 1} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Retas

$$\begin{aligned} y - y_0 &= m_s (x - x_0) \\ y - \frac{3}{2} &= \frac{1}{3} \left(x - \frac{1}{2} \right) \\ 3y - \frac{9}{2} &= x - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6y - 9 &= 2x - 1 \\ 2x - y + 8 &= 0 \\ x - 3y + 4 &= 0 \end{aligned}$$

Ponto T

$$\begin{cases} 3x + y = 13 \\ x - 3y = -4 \cdot (-3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + y = 13 \\ -3x + 9y = 12 \end{cases}$$

$$10y = 25$$

$$y = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$$

$$x - \frac{15}{2} = -4$$

$$x = \frac{15}{2} - 4$$

$$x = \frac{7}{2}$$

$$T\left(\frac{7}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

02. **Incorreta.**

$$D = 0$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 7 & x & 0 \\ 3 & 2 & y & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} 7y + 3x - 21 - 2x &= 0 \\ x + 7y - 21 &= 0 \end{aligned}$$

04. **Incorreta.**

$$\begin{aligned} d_{Br} &= \frac{|Ax + By + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|x + 7y - 21|}{\sqrt{1 + 49}} = \\ &= \frac{|1 + 0 - 21|}{\sqrt{50}} = \frac{20}{\sqrt{50}} \cdot \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{50}} = \frac{20 \cdot \sqrt{50}}{50} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

08. **Incorreta.**

$$C\left(\frac{7}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} R = d_{TA} &= \sqrt{\left(\frac{7}{2} - 0\right)^2 + \left(\frac{5}{2} - 3\right)^2} = \sqrt{\frac{49}{4} + \frac{1}{4}} = \\ &= \sqrt{\frac{50}{4}} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 - 7x - 5y + \frac{49}{4} + \frac{25}{4} - \frac{50}{4} &= 0 \\ x^2 + y^2 - 7x - 5y + 6 &= 0 \end{aligned}$$

16. **Correta.**

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 7 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 2 + 21 - 3 = 20$$

$$A_T = \frac{20}{2} = 10$$