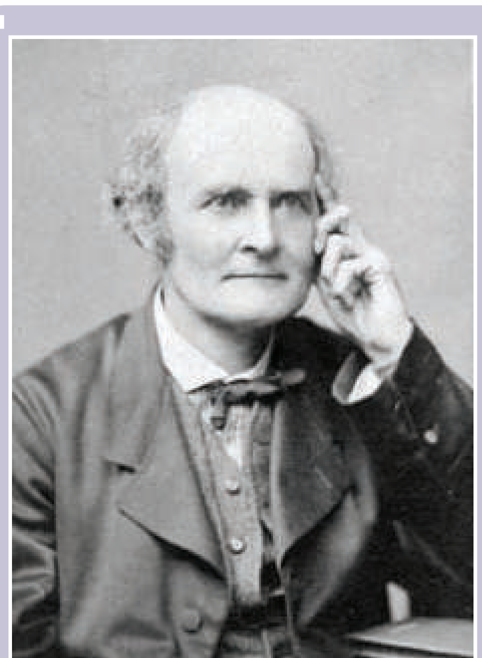
Sistema de Ensino Energia®

Assista à **videodica** deste encarte em nosso *site*: **www.energia.com.br.**

Elaboradas pelo professor Gilberto do **Sistema de Ensino Energia.**

Matemática: Matrizes



Arthur Cayley.

O estudo formal de matrizes teve início em 1855 com Arthur Cayley (1821-1895), embora o termo *matriz* já tenha sido usado por Joseph Sylvester (1814-1897), em uma revista alemã, em 1850. Em textos chineses, de alguns anos antes de Cristo, já se resolviam sistemas lineares, por um processo em que a notação matricial já estava subentendida. Cayley tinha em mente apenas os aspectos algébricos, e não os efeitos práticos, de matrizes quando formulou sua teoria.

Matriz

É uma tabela disposta em **m** linhas e **n** colunas. (m, n ∈ ℕ*)

Exemplo

$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 0 & 5 & 2 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$

Os elementos da matriz possuem dois índices de localização (i) para a posição da linha e para a posição da coluna (j).

Exemplo

$a_{23} = 7$

Então, genericamente, a matriz é representada por:

$\mathbf{A = (a_{ij})_{m \times n}}$

Igualdade de matrizes

Duas matrizes, A e B, de mesmo tipo, serão iguais se, e somente se, seus elementos correspondentes (que ocupam a mesma posição) forem iguais.

Matriz quadrada

Matriz na qual o número de linhas é igual ao de colunas.

m = n

Observe a matriz quadrada:

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ diagonal principal $a_{ij} \Rightarrow i = j$

diagonal secundária

$a_{ij} = i + j = n + 1$

n = ordem da matriz

Traço: soma dos elementos da diagonal principal.

Obs.: **Se m ≠ n, a matriz recebe o nome de retangular.**

Matrizes especiais

1) Matriz linha ($A_{1 \times n}$) – Possui apenas uma linha.

Exemplo

$A = (1 \ \ 2 \ \ 3)_{1 \times 3}$

2) Matriz coluna ($A_{m \times 1}$) – Apresenta apenas uma coluna.

Exemplo

$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$

3) Matriz nula – Tem todos os elementos nulos.

Exemplo

$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 0_{2 \times 3}$

4) Matriz diagonal – Matriz quadrada em que $a_{ij} = 0$, se $i \neq j$.

Exemplo

$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$

5) Matriz triangular – Possui os elementos acima ou abaixo da diagonal principal nulos.

Exemplo

$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ triângular superior

$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ triângular inferior

6) Matriz identidade (In) – In $\Rightarrow a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ se } i = j \\ 0, \text{ se } i \neq j \end{cases}$

Exemplo

$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Obs.: **A matriz identidade também é chamada matriz unidade.**

Transposta de uma matriz (A^t, ^tA)

É uma matriz obtida trocando-se, ordenadamente, linha por coluna.

Exemplo

$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ $A^t = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$

Obs.: **Se A^t = A, A é simétrica.**

Exemplo

$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 4 & 7 & 5 \end{bmatrix}$ $A^t = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 4 & 7 & 5 \end{bmatrix}$

Oposta de uma matriz (–A)

É uma matriz obtida trocando-se os sinais de seus elementos.

Exemplo

$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 0 & -4 & 2 \end{bmatrix}$ $A^t = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 0 & 4 & -2 \end{bmatrix}$

Obs.: **Se A^t = –A, A é anti-simétrica.**

Exemplo

$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ $A^t = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$ $-A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$