

Geometria plana – principais lembretes

1) Ângulos

Transformações

$$180^\circ = 200 \text{ gr} = \pi \text{ rad}$$

$$1^\circ = 60' \text{ e } 1' = 60''$$

Ângulos complementares: $x + y = 90^\circ$
 Ângulos suplementares: $x + y = 180^\circ$

Ângulos replementares: $x + y = 360^\circ$
 Ângulos explementares: $x - y = 180^\circ$

Ângulo formado pelos ponteiros do relógio

Ponteiro grande: $30^\circ = 5'$ Ponteiro pequeno: $30^\circ = 60'$

$$a_{\text{relógio}} = \frac{60 \cdot \text{hora} - 11 \cdot \text{minutos}}{2}$$



2) Polígonos – diagonais

Diagonais

$$d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

Diagonais que passam pelo centro (regulares)

$$d_{\text{centro}} = \frac{n}{2}$$

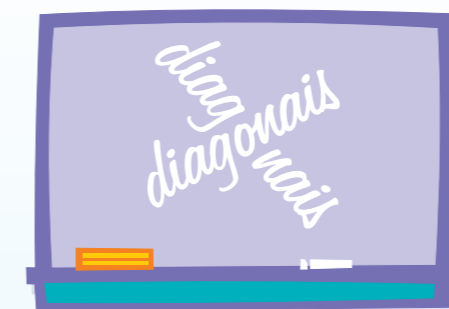
Diagonais que não passam pelo centro (regulares)

$$d_{\text{Não passam pelo centro}} = d - d_{\text{centro}}$$

Diagonais que partem de cada vértice

$$d_{\text{vértice}} = n - 3$$

n = número de lados = número de vértices



3) Polígonos – ângulos internos, externos e central

Soma dos ângulos internos

$$S_i = 180^\circ \cdot (n - 2)$$

Ângulo interno (polígonos regulares)

$$a_i = 180^\circ \cdot \frac{(n - 2)}{n}$$

Ângulo central (polígonos regulares)

$$a_c = \frac{360^\circ}{n}$$

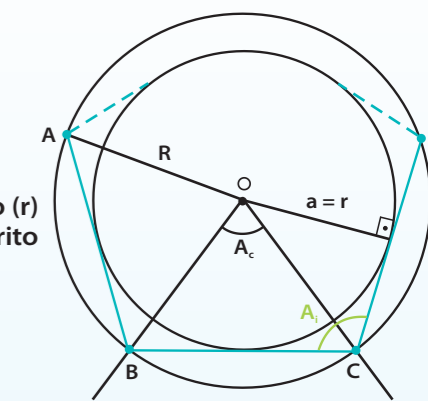
Ângulo externo (polígonos regulares)

$$a_e = \frac{360^\circ}{n}$$

Soma dos ângulos externos

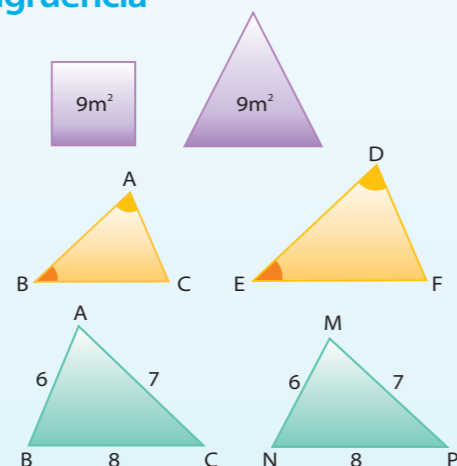
$$S_e = 360^\circ$$

apótema (a) = raio inscrito (r)
 R = raio circunscrito



4) Polígonos – equivalência, semelhança e congruência

Duas figuras planas são **equivalentes** quando possuem a mesma área, independentemente da sua forma.



Duas figuras planas que apresentam a mesma forma são **semelhantes**, com ângulos iguais e lados proporcionais.

Duas figuras planas **congruentes** têm ângulos e lados iguais.

5) Triângulos

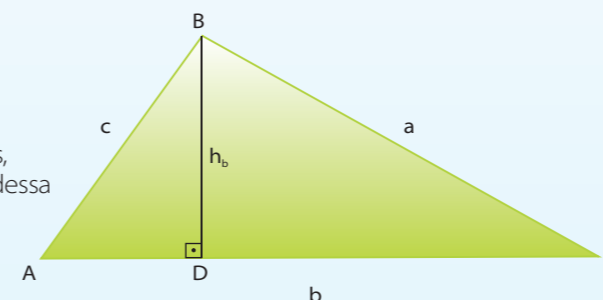
Propriedades

Ângulos: $S_i = 180^\circ$

Lados: $|b - c| < a < b + c$

Num triângulo, se dois lados são de medidas diferentes, ao maior lado está oposto o maior ângulo (a recíproca dessa relação é verdadeira).

Ângulo externo de um triângulo: é a soma dos dois internos não-adjacentes a ele.



Pontos notáveis

Baricentro: ponto de encontro das medianas.
Incentro: ponto de encontro das bissetrizes.

Circuncentro: ponto de encontro das mediatrizes.
Ortocentro: ponto de encontro das alturas.

6) Triângulos

Ceviana

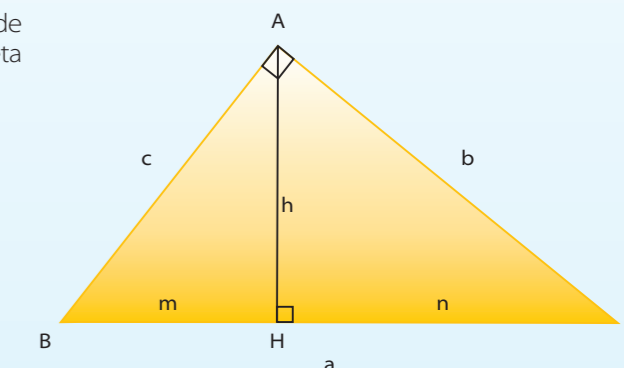
É qualquer segmento de reta que tem uma extremidade no vértice de um triângulo e a outra extremidade na reta suporte do lado oposto a esse vértice.

Síntese do teorema de Clairaut

$a^2 < b^2 + c^2 \rightarrow$ triângulo acutângulo
 $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow$ triângulo retângulo
 $a^2 > b^2 + c^2 \rightarrow$ triângulo obtusângulo

Relações métricas no triângulo retângulo

Os triângulos ABC, ACH e ABH são semelhantes.



7) Quadriláteros

Paralelogramo: pares de lados opostos respectivamente paralelos, ângulos opostos congruentes, ângulos adjacentes suplementares e diagonais que se cruzam no ponto médio.

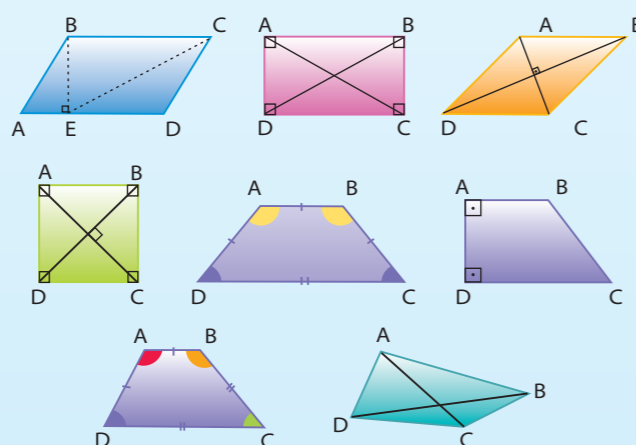
Retângulo: paralelogramo que possui os quatro ângulos retos e diagonais congruentes.

Losango: paralelogramo que apresenta os quatro lados congruentes, diagonais perpendiculares e bissetrizes.

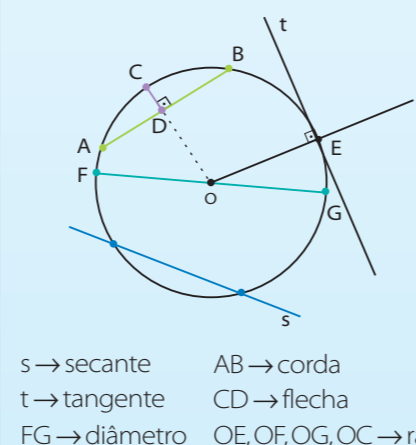
Quadrado: paralelogramo que é retângulo e losango. É o único quadrilátero regular. Suas diagonais são congruentes, perpendiculares, bissetrizes e se cortam no meio.

Trapézio: isósceles (lados transversos e ângulos das bases iguais), retângulo (dois ângulos retos) e escaleno (todos os lados e ângulos diferentes).

Trapezóide: não tem lados paralelos dois a dois.



8) Circunferência – elementos e ângulos



$s \rightarrow$ secante $AB \rightarrow$ corda
 $t \rightarrow$ tangente $CD \rightarrow$ flecha
 $FG \rightarrow$ diâmetro $OE, OF, OG, OC \rightarrow$ raio

Ângulo central

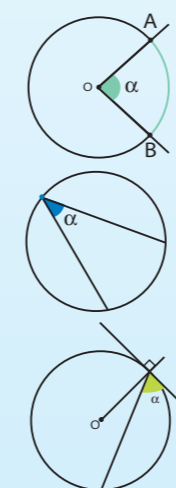
É o ângulo que tem seu vértice coincidente com o centro da circunferência.
 $\alpha = \text{arco}AB$

Ângulo inscrito

É o ângulo que possui seu vértice sobre a circunferência e tem como lados duas cordas dessa circunferência.
 $\alpha = \text{metadearco}$

Ângulo de segmento

É o ângulo formado por uma corda e a tangente à circunferência em uma de suas extremidades.
 $\alpha = \text{metadearco}$

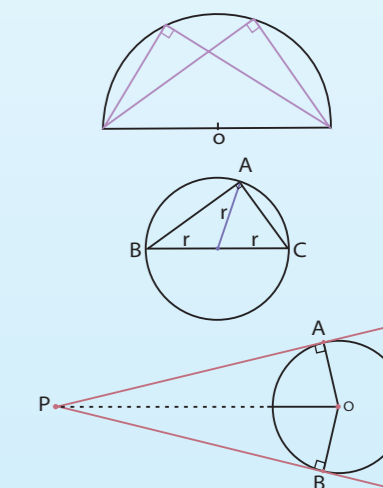


9) Circunferência – propriedades

Todos os **ângulos** inscritos numa semicircunferência são **retos**.

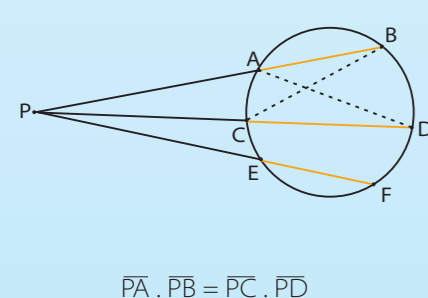
Em todo triângulo retângulo, a **mediana** relativa à hipotenusa é igual à **metade** da hipotenusa.

As **tangentes** traçadas de um ponto em relação à circunferência são **iguais**.

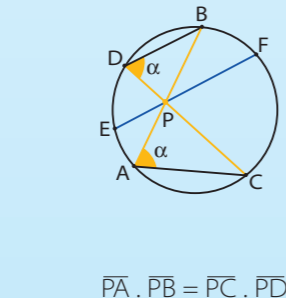
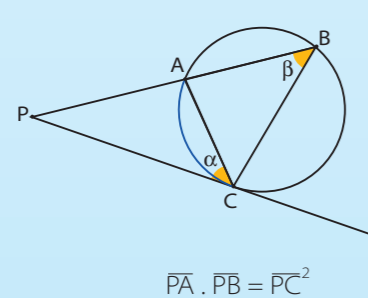


10) Circunferência – relações métricas

Ponto P é **exterior** à circunferência.



Ponto P é **interior** à circunferência.



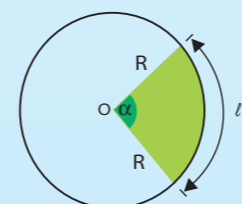
11) Áreas

Área do setor

$$360^\circ \rightarrow \pi \cdot r^2$$

$$\alpha \rightarrow A$$

$$A = \frac{\ell \cdot r}{2}$$



Área do círculo: $\pi \cdot r^2$
 Comprimento: $2 \cdot \pi \cdot r$

Comprimento do setor

$$360^\circ \rightarrow 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$\alpha \rightarrow \ell$$

$$\ell = \alpha \cdot r$$

Área dos quadriláteros

$$A_{\text{paralelogramo}} = b \cdot h$$

$$A_{\text{retângulo}} = b \cdot h$$

$$A_{\text{losango}} = \frac{(D \cdot d)}{2}$$

$$A_{\text{quadrado}} = \ell^2$$

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

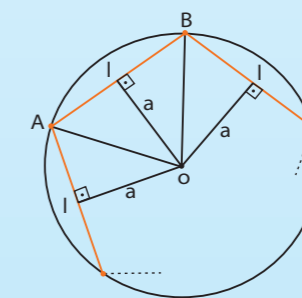
12) Áreas

Área dos polígonos regulares

$$S = p \cdot a$$

$a =$ apótema
 $p =$ semiperímetro

$$p = \frac{a + b + c}{2}$$



Área dos triângulos

$$A = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}$$

$$A = p \cdot r$$

$$A = \frac{a \cdot b \cdot c}{4 \cdot R}$$

$$A = \frac{a \cdot b \cdot \text{sen} C}{2}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

