



dicas do vestibular

Matemática: Polinômios

Material elaborado pelo professor Tupy do Sistema de Ensino Energia.

1) Forma geral

$P(x) = a_0 \cdot x^n + a_1 \cdot x^{n-1} + a_2 \cdot x^{n-2} + \dots + a_n$,
em que $n \in \mathbb{N}$ e $(a_0, a_1, a_2, \dots, a_n)$ são números complexos.

2) Coeficientes de P(x)

$(a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$

Observações

- a_n é denominado termo independente de x .
- a_0 é chamado coeficiente líder de $P(x)$.

3) Soma dos coeficientes de P(x)

$a_0 + a_1 + a_2 + a_3, \dots, a_n = P(1)$



4) Grau de P(x)

Se o coeficiente a_0 é não-nulo, diz-se que o grau de $P(x)$ é o número natural n .

5) Polinômio nulo

$N(x) = 0x^n + 0x^{n-1} + 0x^{n-2} + \dots + 0$

Observação

Não se define grau para polinômio nulo.



6) Condições de igualdade

Dois polinômios são iguais se tiverem mesmo grau e seus coeficientes forem respectivamente iguais.

7) Operações com polinômios

Polinômio	Grau	Polinômio	Grau
$A(x)$	n	$A(x) - B(x)$	n
$B(x)$	$m, m < n$	$A(x) \cdot B(x)$	$n + m$
$A(x) + B(x)$	n	$[A(x)]^k$	$n \cdot k$

Observação

n, m e k são números naturais.

8) Divisão de polinômios

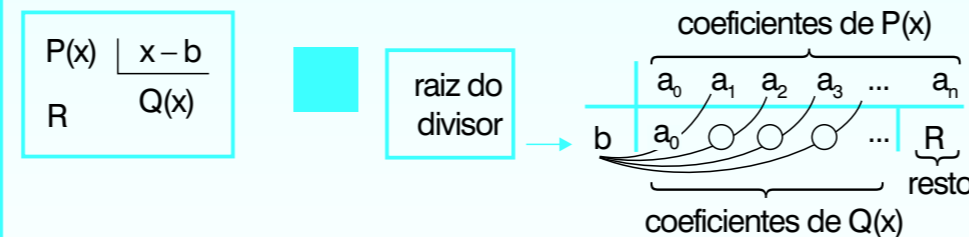
$$\begin{array}{r} P(x) \\ R(x) \end{array} \overline{) \begin{array}{r} D(x) \\ Q(x) \end{array}} \quad P(x) = D(x) \cdot Q(x) + R(x)$$

Polinômio	Grau
$P(x)$	n
$D(x)$	$m, m \leq n$
$Q(x)$	$n - m$
$R(x)$	menor que m

9) Teorema do resto

$$\begin{array}{r} P(x) \\ R \end{array} \overline{) \begin{array}{r} ax + b \\ Q(x) \end{array}} \quad R = P\left(-\frac{b}{a}\right)$$

10) Dispositivo prático de Briot-Ruffini



11) Divisão por $(x - a) \cdot (x - b)$

Se um polinômio $P(x)$ é divisível por $(x - a)$ e $(x - b)$, com $a \neq b$, então $P(x)$ é divisível pelo produto $(x - a) \cdot (x - b)$.

12) Divisão por $(x - a)^2$

Se um polinômio $P(x)$ é divisível por $(x - a)$ e o quociente da divisão é divisível por $(x - a)$, então $P(x)$ é divisível por $(x - a)^2$.

13) Raiz de um polinômio

Se $P(a) = 0$, $a \in \mathbb{C}$, então $x = a$ é denominado raiz de $P(x)$.



14) Número de raízes

Se $P(x)$ é polinômio de grau n , $n \in \mathbb{N}$, então $P(x)$ possui n raízes complexas.

15) Decomposição de um polinômio

Se $(r_1, r_2, r_3, \dots, r_n)$ são as n raízes de $P(x)$, então:
 $P(x) = a_0 \cdot (x - r_1) \cdot (x - r_2) \cdot (x - r_3) \dots (x - r_n)$

16) Teorema das raízes complexas

Se o número $z = a + bi$, em que $b \neq 0$, é raiz de $P(x)$, então $\bar{z} = a - bi$ também é raiz de $P(x)$.

Observação

Válido para polinômios de coeficientes reais.

17) Relações de Girard

Se $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $a \neq 0$, então:

$$r_1 + r_2 + r_3 = -\frac{b}{a} \quad r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3 = \frac{c}{a} \quad r_1r_2r_3 = -\frac{d}{a}$$

Se $P(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, $a \neq 0$, então:

$$r_1 + r_2 + r_3 + r_4 = -\frac{b}{a} \quad r_1r_2 + r_1r_3 + r_1r_4 + r_2r_3 + \dots = \frac{c}{a} \quad r_1r_2r_3 + r_1r_2r_4 + \dots = -\frac{d}{a} \quad r_1r_2r_3r_4 = \frac{e}{a}$$

18) Teorema de Bolzano

Sejam $P(x)$ um polinômio de coeficientes reais e $]a; b[$ um intervalo real qualquer.
Se $p(a) \cdot p(b) < 0$, então $P(x)$ tem um número ímpar de raízes em $]a; b[$.
Se $p(a) \cdot p(b) > 0$, então $P(x)$ tem um número par de raízes em $]a; b[$.