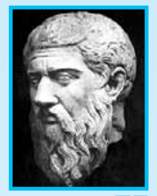
dicas do vestibular

Sistema de Ensino **Energia**®
www.energia.com.br

Matemática: Geometria Espacial

Elaborado pelo professor Baiano do **Sistema de Ensino Energia.**

1) Poliedros de Platão

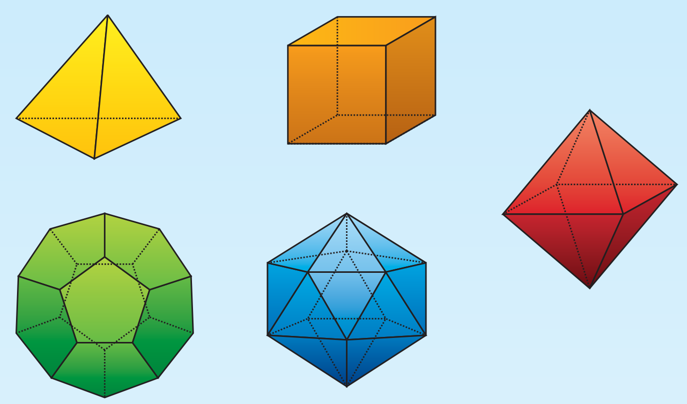


Platão.

Tetraedro = 4
Hexaedro = 6
Octaedro = 8
Dodecaedro = 12
Icosaedro = 20

Dica

Todo poliedro regular é de Platão, mas nem todo poliedro de Platão é regular.



Em sentido horário: tetraedro, hexaedro, octaedro, icosaedro e dodecaedro.

2) Cálculo dos vértices, faces e arestas de um poliedro

Cauchy.

Lema de Cauchy

Em toda superfície poliédrica convexa aberta:

$\boxed{V + F = A + 1}$

Em que: V – número de vértices
F – número de faces
A – número de arestas

Euler.

Teorema de Euler

Em toda superfície poliédrica convexa fechada:

$\boxed{V + F = A + 2}$

O número de lados é igual ao dobro das arestas.

$\boxed{n\ell = 2A}$

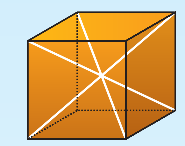
3) Ângulos internos, diagonais, área e volume de um poliedro

Soma dos ângulos internos das faces

$\boxed{S_i = 360\,.\,(v - 2)}$

Diagonais de poliedros

São segmentos de reta que unem dois vértices não situados na mesma face.

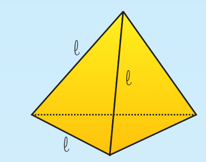


$\boxed{D = C_v^2 - A - d_f}$

Em que: C_v^2 – combinação dos vértices tomados dois a dois
A – número de arestas
d_f – total do número de diagonais de todas as faces

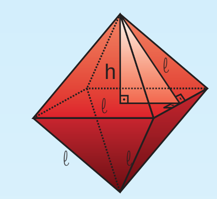
Tetraedro regular

- Área total: $\boxed{A_t = \ell^2 . \sqrt{3}}$
- Volume: $\boxed{V = \dfrac{\ell^3 . \sqrt{2}}{12}}$



Octaedro regular

- Área total: $\boxed{A_t = 2\ell^2 . \sqrt{3}}$
- Volume: $\boxed{V = \dfrac{\ell^3 . \sqrt{2}}{3}}$



4) Prismas

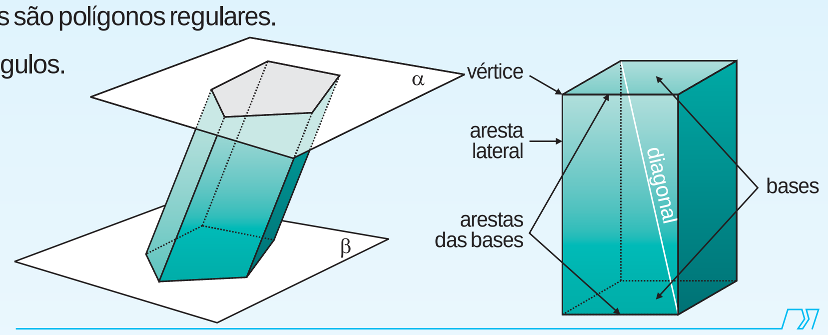
Definição: prisma é um poliedro limitado por uma superfície prismática fechada e dois planos paralelos que interceptam todas as arestas.

Prisma regular: é o prisma reto cujas bases são polígonos regulares.

Ortoedro: é o prisma cujas faces são retângulos.

Equações para prismas regulares

- Área lateral: $\boxed{A_\ell = 2P_b . h}$
- Área total: $\boxed{A_t = A_\ell + 2.A_b}$
- Volume: $\boxed{V = A_b . h}$



Prisma pentagonal e partes de um prisma quadrangular.

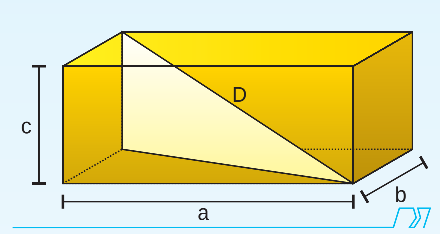
5) Prismas especiais

Paralelepípedo: é o prisma cujas faces são paralelogramos.

$\boxed{A_t = 2\,.\,(ab + ac + bc)}$

$\boxed{V = a.b.c}$

$\boxed{D^2 = a^2 + b^2 + c^2}$



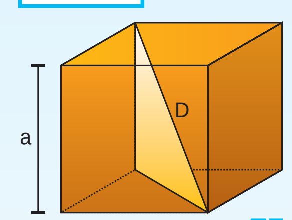
Paralelepípedo.

Cubo: é o prisma cujas faces são quadrados.

$\boxed{A_t = 6\,.\,a^2}$

$\boxed{V = a^3}$

$\boxed{D = a\sqrt{3}}$



Cubo.

6) Cilindro

Definição: é um sólido limitado por uma superfície cilíndrica e dois planos paralelos que interceptam todas as geratrizes.

Equações

- Área lateral: $\boxed{A_\ell = 2\,.\,\pi\,.\,r\,.\,h}$
- Área total: $\boxed{A_t = 2\,.\,\pi\,.\,r\,.\,h + 2\,.\,\pi\,.\,r^2}$
- Volume: $\boxed{V = \pi\,.\,r^2\,.\,h}$

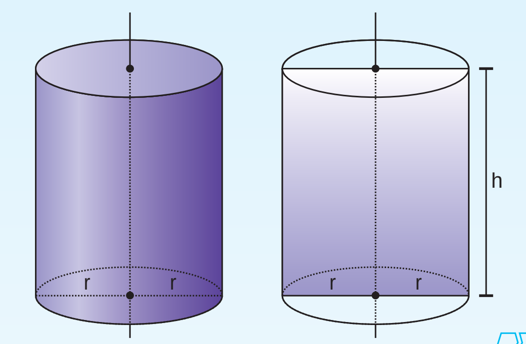
Secções

- Meridiana: determinada por um plano que contenha o eixo do sólido.

$\boxed{A_{secção} = 2\,.\,r\,.\,h}$ $\boxed{\text{Cilindro equilátero: } g = 2\,.\,r}$

- Transversal: paralela à base.

$\boxed{A_{secção} = \pi\,.\,r^2}$



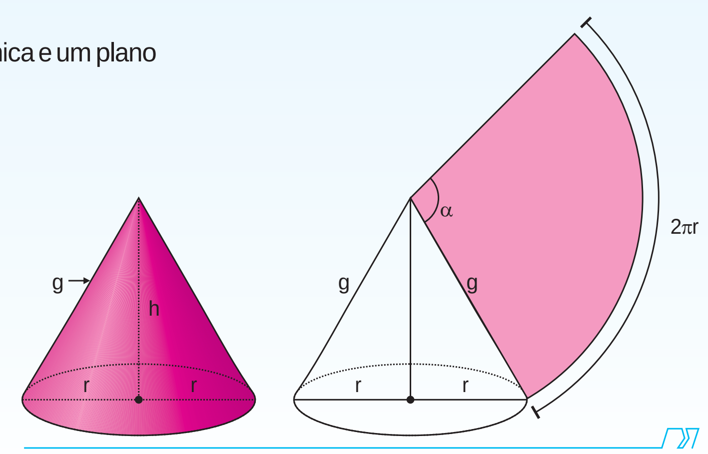
Da esquerda para a direita: cilindro e secção meridiana.

7) Cone

Definição: é um sólido limitado por uma superfície cônica e um plano que intercepta todas as geratrizes.

Equações

- Área lateral: $\boxed{A_\ell = g\,.\,\pi\,.\,r}$
- Área total: $\boxed{A_t = g\,.\,\pi\,.\,r + \pi\,.\,r^2}$
- Volume: $\boxed{V = \dfrac{\pi\,.\,r^2\,.\,h}{3}}$
- Ângulo central: $\boxed{\alpha = \dfrac{2\,.\,\pi\,.\,r}{g}}$ (superfície lateral desenvolvida)



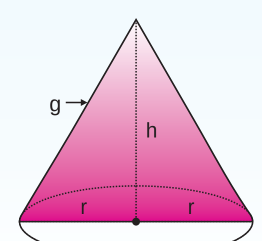
Cone e ângulo central.

8) Secções do cone

- Meridiana: determinada por um plano que contenha o eixo do sólido.

$\boxed{A_{secção} = r\,.\,h}$

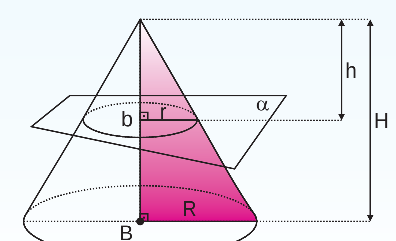
$\boxed{\text{Cone equilátero: } g = 2\,.\,r}$



Secção meridiana de um cone.

- Transversal: paralela à base.

$$\left(\frac{h}{H}\right)^2 = \left(\frac{A_b}{A_B}\right)$$
$$\left(\frac{h}{H}\right)^3 = \left(\frac{v}{V}\right)$$
$$\left(\frac{h}{H}\right) = \left(\frac{r}{R}\right)$$
$$\left(\frac{A_b}{A_B}\right)^3 = \left(\frac{v}{V}\right)^2$$



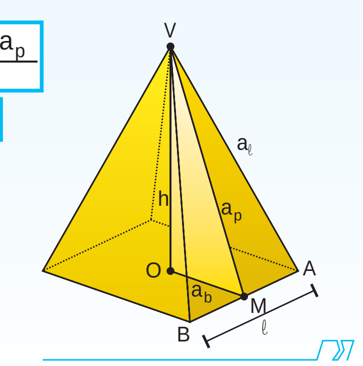
Secção transversal de um cone.

9) Pirâmide

Definição: é um poliedro limitado por um ângulo poliédrico e um plano que intercepta todas as arestas.

Equações

- Área lateral: $\boxed{A_\ell = \dfrac{2P_b\,.\,a_p}{2}}$
- Área total: $\boxed{A_t = A_\ell + A_b}$
- Volume: $\boxed{V = \dfrac{A_b\,.\,h}{3}}$

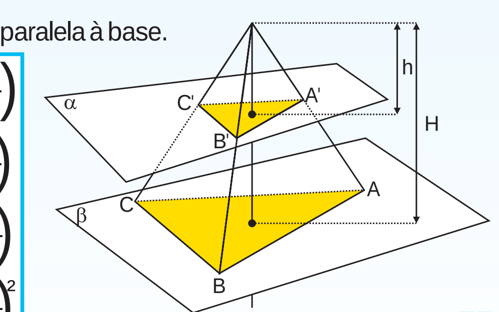


Pirâmide quadrangular.

Secção

- Transversal: paralela à base.

$$\left(\frac{h}{H}\right)^2 = \left(\frac{A_b}{A_B}\right)$$
$$\left(\frac{h}{H}\right)^3 = \left(\frac{v}{V}\right)$$
$$\left(\frac{h}{H}\right) = \left(\frac{\ell}{L}\right)$$
$$\left(\frac{A_b}{A_B}\right)^3 = \left(\frac{v}{V}\right)^2$$



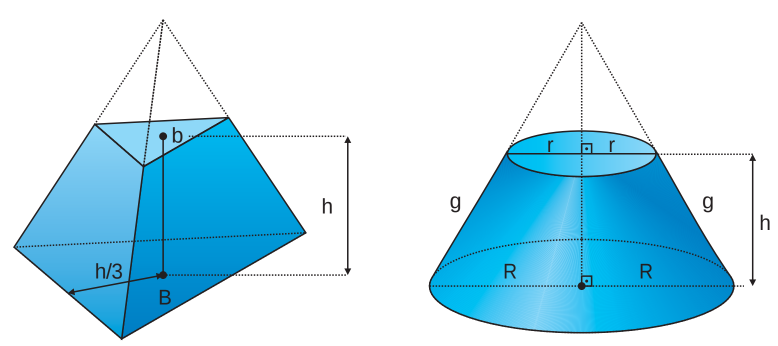
Secção transversal de uma pirâmide triangular.

10) Tronco

Definição: é a porção da pirâmide ou cone compreendida entre a base e um plano pararelo à base.

Equações

- Área total: $\boxed{A_t = A_B + A_b + A_\ell}$
- Volume: $\boxed{V = \dfrac{h\,.\,(A_B + A_b + \sqrt{A_B\,.\,A_b})}{3}}$



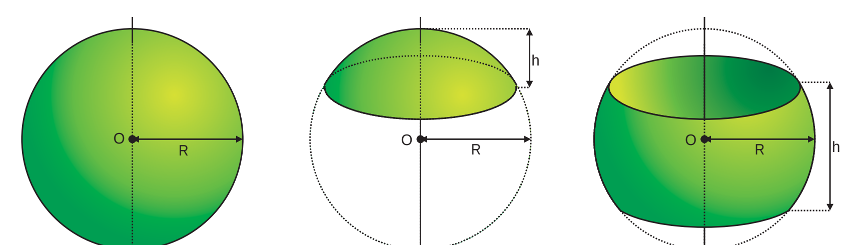
Troncos piramidal e cônico.

11) Esfera

Definição: é um sólido limitado por uma superfície esférica.

Equações

- Área: $\boxed{A = 4\,.\,\pi\,.\,R^2}$
- Volume: $\boxed{V = \dfrac{4\,.\,\pi\,.\,R^3}{3}}$
- Área da calota esférica: $\boxed{A_c = 2\,.\,\pi\,.\,R\,.\,h}$
- Área da zona esférica: $\boxed{A_z = 2\,.\,\pi\,.\,R\,.\,h}$
- Área da secção esférica: $\boxed{A_s = \pi\,.\,r^2}$

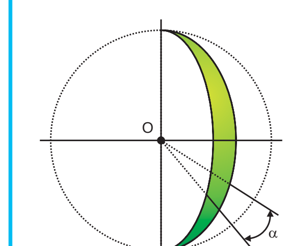


Da esquerda para a direita: esfera, calota esférica e zona esférica.

12) Fuso e Cunha

- Área do fuso esférico

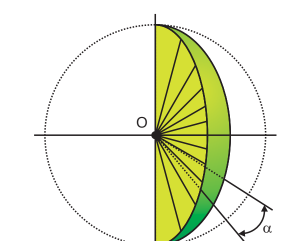
360º	———	$4\,.\,\pi\,.\,R^2$
α	———	A_f



Fuso esférico.

- Volume da cunha esférica

360º	———	$\dfrac{4\,.\,\pi\,.\,R^3}{3}$
α	———	V_c



Cunha esférica.