Matemática A – Superintensivo

Exercícios

01) a) 1 é elemento de A $\Rightarrow$ $1 \in A$.
b) 2 não é elemento de B $\Rightarrow$ $2 \notin B$.
c) 0 não é elemento de C $\Rightarrow$ $0 \notin C$.
d) Todo elemento de B é elemento de A $\Rightarrow$ $B \subset A$.
e) $5 \in B$ e $5 \notin C$ $\Rightarrow$ $B \not\subset C$.
f) O conjunto A contém os elementos de B $\Rightarrow$ $A \supset B$
g) O conjunto C não possui todos os elementos de B $\Rightarrow$ $C \not\supset B$.
h) Todo elemento de A é um número ímpar $\Rightarrow$ $A \subset$ {x/x é ímpar.}.
i) Todo elemento de B é um número primo $\Rightarrow$ $B \subset$ {x/x é primo.}.
j) $3 \in C$ e 3 não é par $\Rightarrow$ $C \not\subset$ {x/x é par.}.
k) O conjunto vazio é subconjunto de todo conjunto $\Rightarrow$ $\varnothing \subset C$
l) $5 \in B$ e $5 \notin \{1, 3\}$ $\Rightarrow$ $B \not\subset \{1, 3\}$.

02) a) 7 é elemento de A $\Rightarrow$ $7 \in A$.
b) 3 não é elemento de B $\Rightarrow$ $3 \notin B$.
c) $4 \in B$ e $4 \notin A$ $\Rightarrow$ $B \subset A$.
d) $1 \in A$ e $7 \in A$ $\Rightarrow$ $\{1, 7\} \subset A$.
e) {4} é um subconjunto de B $\Rightarrow$ $\{4\} \subset B$.
f) {1, 3} é um elemento de B $\Rightarrow$ $\{1, 3\} \in B$.
g) {3} é um elemento de A e é um subconjunto de A $\Rightarrow$ $\{3\} \in A$ e $\{3\} \subset A$.
h) $\{3\} \in A$ $\Rightarrow$ $\{\{3\}\} \subset A$.
i) $4 \in B$ e $\{1, 3\} \in B$ $\Rightarrow$ $\{4; \{1, 3\}\} \subset B$.
j) O conjunto {1, 7, 3, 4, 5} não possui todos os elementos de A $\Rightarrow$ $\{1, 7, 3, 4, 5\} \not\supset A$.

03) 62
01. **Falsa**. 6 é elemento de E.
02. **Verdadeira**. {5} é elemento de E.
04. **Verdadeira**. 6 é elemento de E, logo $\{6\} \subset E$.
08. **Verdadeira**. {5} é elemento de E, logo $\{\{5\}\} \subset E$.
16. **Verdadeira**. 4 é elemento de E.
32. **Verdadeira**. {4} é elemento de E.
64. **Falsa**. {{4}} é subconjunto de E.

04) C
I. **Falsa**. $\varnothing$ não é elemento de U.
II. **Verdadeira**.
III. **Verdadeira**.
IV. **Falsa**. A intersecção de dois conjuntos tem por resposta um conjunto.

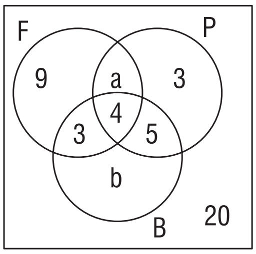
05) $A = \{0, 2, 4, ...\}$
$B = \{1, 3, 5, ...\}$
$C = \{4, 6, 8, 10\}$
$D = \{3, 5, 7\}$
$E = \{4, 8\}$

a) $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, ...\}$
b) $A \cap B = \varnothing$
c) $C \cup D = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$
d) $C - E = \{6, 10\}$
e) $D - C = \{3, 5, 7\}$
f) $E \cap C = \{4, 8\}$
g) $C_C^E = \{6, 10\}$

06) 05
$A = \{0, 1, 2, 3, 5, 7\}$
$B = \{0, 2, 4, 6, 3, 5, 7\}$
$A \cap B = \{0, 2, 3, 5, 7\}$

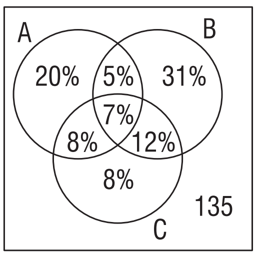
07) 99
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
$134 = [n(B) + 15] + n(B) - 49$
$134 = 2 \,.\, n(B) + 15 - 49$
$n(B) = 84$
$n(A) = n(B) + 15$
$n(A) = 84 + 15$
$n(A) = 99$

08) C



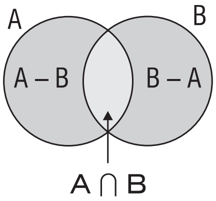
$9 + 3 + b + 20 = 42 \Rightarrow b = 10$
$9 + 3 + a + 20 = 36 \Rightarrow a = 4$
Total:
$9 + 3 + 10 + 4 + 4 + 5 + 3 + 20 = 58$

09) B



Somando-se as porcentagens dos diagramas, tem-se: 91%.
$x \longrightarrow 100\%$
$135 \longrightarrow 9\%$
$9 \,.\, x = 100 \,.\, 135$
$x = 1500$

10) B



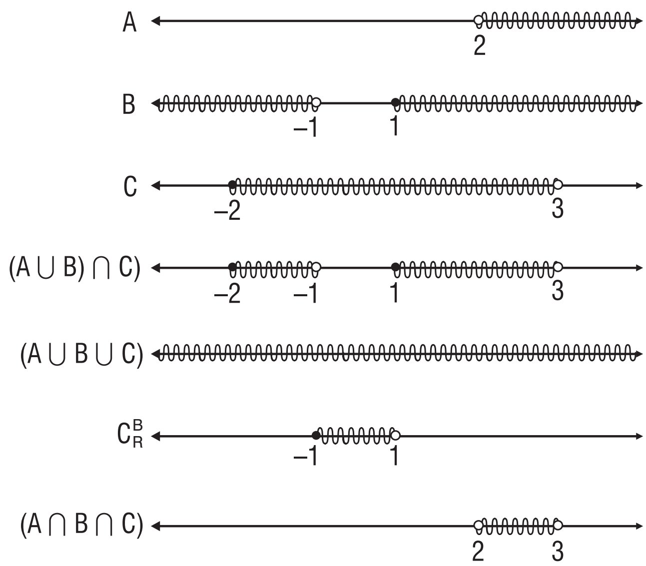
$[n(B - A), n(A - B), n(A \cap B)]$ PA
$(4, 4 + r, 4 + 2r)$
$n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B)$
$64 - r = (4 + r) + (4) + (4 + 2r)$
$64 - 12 = 4r \Rightarrow r = 13$
Portanto:
$n(A - B) = 4 + r$
$n(A - B) = 17$

11) a) N, Z, Q, R
b) Z, Q, R
c) N, Z, Q, R
d) Q, R
e) Q, R
f) Q, R
g) Q, R
h) irracional, R
i) irracional, R
j) irracional, R

12) D
Falsa. π não é racional.
Falsa. O número que é irracional não é racional.
Verdadeira.

13) 01
01. **Correta.**
$J + P + A = 90$
$(P - J) + (A - J) = 75$
$J + (75 + 2J) = 90$
$P + A = 75 + 2J$
$3J = 15$
$J = 5$
02. **Incorreta.** A diagonal de um quadrado de lado 2 cm não é um número racional.
04. **Incorreta.** Os inversos multiplicativos dos números inteiros estão garantidos no conjunto dos racionais.
08. **Incorreta.** Os volumes de prismas e de um cilindro necessitam de números irracionais.
16. **Incorreta.** Se a cada dia você perde R$5,00, então quanto você teria 6 dias atrás? $(-6) . (-5) = 30 \Rightarrow$ R$30,00.

14) 11



01. **Verdadeira.**
$A \subset B$
$A - B = \varnothing$
02. **Verdadeira.**
04. **Falsa.**
08. **Verdadeira.**
16. **Falsa.**

15) 75

$\sqrt{299} \cong 17{,}292$	$E(\sqrt{299}) = 17$
$\log_5 127 = 3{,}00986$	$E(\log_5 127) = 3$
$\text{sen } 233^\circ = -0{,}798636$	$E(\text{sen } 233^\circ) = -1$
$\frac{7}{8} = 0{,}875$	$E\left(\frac{7}{8}\right) = 0$
$\sqrt{2} = 1{,}4142$	$E(\sqrt{2}) = 1$

$$y = \frac{4 . (17) + 2 . (3) - (-1)}{0 + 1}$$

$y = 75$

16) C
$f(\pi) + f(\sqrt{2}) - f(1) = (\pi^2 - 1) + [(\sqrt{2})^2 - 1] - [2 . (1)] =$
$= \pi^2 - 1 + 2 - 1 - 2 =$
$= \pi^2 - 2$

17) $f(x + 2) = 2 . f(x) + f(1)$

a) $x = 1$

$f(1 + 2) = 2 . f(1) + f(1)$
$f(3) = 3 . f(1)$
$6 = 3 . f(1)$
$f(1) = 2$

b) $x = 3$

$f(3 + 2) = 2 . f(3) + f(1)$
$f(5) = 2 . f(3) + f(1)$
$f(5) = 2 . (6) + (2)$
$f(5) = 14$

18) 03

Observação: $f(x) \in R$ e $g(x) \in R$

01. **Correta**.

$\sqrt{x^2} = |x|; \forall x \in R \qquad Df = Dg = R$

02. **Correta**.

$\frac{1}{\sqrt{x}} . \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{x}$; $Df = Dg = R_+^*$

04. **Incorreta**.

$\sqrt{x^2} = |x|$; $f(-4) = 4$ e $g(-4) = -4$

08. **Incorreta**.

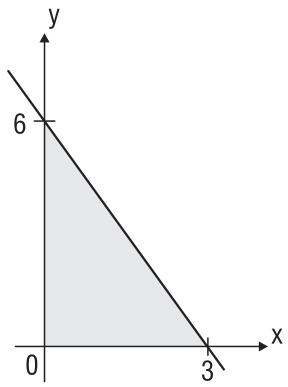
$Df = R_+$ e $Dg = R$

16. **Correta**.

$f(-2) \in R$ e $g(-2) = \sqrt{\frac{2}{3}} \in R$

19) 15

$f(x) = 6 - 2x$
Raiz:
$6 - 2x = 0$
$x = 3$
Gráfico:



01. **Verdadeira**.
02. **Verdadeira**.
04. **Verdadeira**.
08. **Verdadeira**.

$S = \frac{3 . 6}{2} = 9$ u.a.

16. **Falsa**.

$a < 0$
f é decrescente.

20) 01

$g(x) = ax + b$

$g(1) = \frac{5}{7}$

$g(4) = \frac{11}{7}$

$$\begin{cases} a + b = \frac{5}{7} \\ 4a + b = \frac{11}{7} \end{cases}$$

$a = \frac{2}{7}$

$b = \frac{3}{7}$

$g(2) = \frac{2}{7} . (2) + \frac{3}{7}$

$g(2) = 1$

21) E

$t = 0 \Rightarrow$ R\$860,00
$t = 6 \Rightarrow$ R\$500,00
Seja P o preço e **t** o tempo.
$P = a . t + b$

$$\begin{cases} 860 = a . 0 + b \\ 500 = a . 6 + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 860 \\ 6a + b = 500 \end{cases}$$

$6 . a + 860 = 500$
$6 . a = -360$
$a = -60$
Portanto o preço em função do tempo é dado por:

$P = -60 . t + 860$
$t = 13$
$P = -60 . (13) + 860$
$P = 80$
Após 13 anos, o moinho valerá R\$80,00.

22) 24

Seja:

$$\begin{cases} N \Rightarrow \text{nível} \\ t \Rightarrow \text{tempo} \end{cases}$$

Líquido I
$t = 0 \Rightarrow N = 100$
$t = 40 \Rightarrow N = 0$

Líquido II
$t = 0 \Rightarrow N = 80$
$t = 48 \Rightarrow N = 0$

$$\boxed{N = a \cdot t + b}$$

$$\begin{cases} 100 = a \cdot 0 + b \\ 0 = a \cdot 40 + b \end{cases} \qquad \begin{cases} 80 = a \cdot 0 + b \\ 0 = a \cdot 48 + b \end{cases}$$

$$b = 100 \; ; \; a = \frac{-5}{2} \qquad b = 80 \; ; \; a = \frac{-5}{3}$$

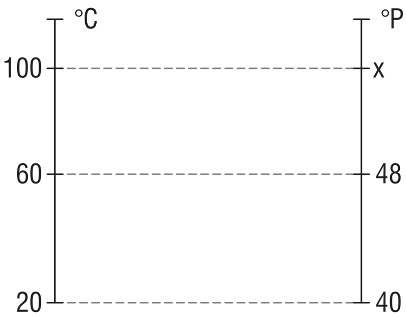
$$N_I = \frac{-5}{2} \cdot t + 100 \qquad N_{II} = \frac{-5}{3} \cdot t + 80$$

$$N_I = N_{II}$$

$$\frac{-5}{2} \cdot t + 100 = \frac{-5}{3} \cdot t + 80$$

$$t = 24$$

23) E



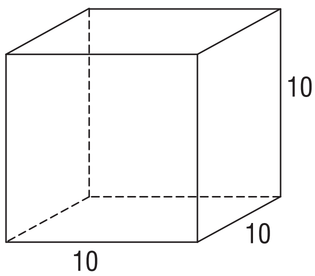
De acordo com a proporcionalidade, tem-se:

$$\frac{100 - 20}{60 - 20} = \frac{x - 40}{48 - 40}$$

$$\frac{80}{40} = \frac{x - 40}{8}$$

$16 = x - 40$
$x = 56$

24)



$V = 10 \cdot 10 \cdot 10$
$V = 1000 \text{ m}^3$
Seja:

$$\begin{cases} V \Rightarrow \text{volume remanescente} \\ t \Rightarrow \text{tempo} \end{cases}$$

5% de $1000 \text{ m}^3 \Rightarrow 50 \text{ m}^3$
$V = 1000 - 50 \cdot t$
a) $V = 0$
$0 = 1000 - 50 \cdot t$
$t = 20$ h
b) $t = 12$
$V = 1000 - 50 \cdot 12$
$V = 400 \text{ m}^3$

25) A

Para $x < 5$, tem-se $f(x) = \frac{2}{5} \cdot x + 4$.

Para $x \geq 5$, tem-se $f(x) = -\frac{4}{5} \cdot x + 9$.

26) C
Para $0 \leq t \leq 2$, obtém-se uma função do tipo:
$f(t) = a \cdot t + b$.
Em que:
$f(0) = 60$ e $f(2) = 100$
$f(0) = 60$
$a \cdot 0 + b = 60$
$b = 60$
$f(2) = 100$
$a \cdot 2 + b = 100$
$a = 20$
Portanto:
$f(t) = 20 \cdot t + 60$
$0 \leq t \leq 2$
Para $2 \leq t \leq 5$, encontra-se:
$f(t) = a \cdot t + b$ com $f(2) = 100$ e $f(4) = 120$
$f(4) = 120$
$f(2) = 100$

$$\begin{cases} 4a + b = 120 \\ 2a + b = 100 \end{cases}$$

$a = 10$
$b = 80$
Portanto, para $0 \leq t \leq 4$, tem-se:

$$f(t) = \begin{cases} f(t) = 20 \cdot t + 60; \; 0 \leq t \leq 2 \\ f(t) = 10 \cdot t + 80; \; 2 \leq t \leq 4 \end{cases}$$

27) A
Pessoa normal
$f(t) = a \cdot t + b$
$f(0) = 70$ e $f(4) = 100$
$f(0) = 700$
$a \cdot 0 + b = 70$
$b = 70$

$$f(t) = \frac{15}{2} \cdot t + 70$$

Atleta
$f(t) = 20 \cdot t + 60$ para $0 \leq t < 2$.

Igualando as funções, obtém-se:
$f(t) = f(t)$

$$20 \cdot t + 60 = \frac{15}{2} \cdot t + 70$$

$40 \cdot t + 120 = 15 \cdot t + 140$
$25 \cdot t = 20$
$t = 0{,}8$ segundos

28) a) Até as 12 h, foram vendidos 60 kg por R\$72,00. Logo,

$$\frac{72}{60} = \text{R\$}1{,}20 \text{ por kg.}$$

Após as 12 h, foram vendidos 20 kg (80 – 60) por R$18,00 (90 – 72). Logo, $\frac{18}{20}$ = R$0,90 por kg.

De R$1,20 para R$0,90, houve uma redução de 25%.

b) Valor arrecadado sem redução
80 . 1,20
R$96,00

Valor arrecadado com redução
(60 . 1,20) + (20 . 0,9) = R$90,00
96 ____ 100%
6 _____ x%
96 . x = 600
x = 6,25%

29) 31

01. **Verdadeira**.
$a = 1 > 0$

02. **Verdadeira**.
$f(x) = 0$
$x^2 - 8x + 12 = 0$
$x_1 = 2$
$x_2 = 6$

04. **Verdadeira**.
$f(0) = 0 - 8 . 0 + 12$
$f(0) = 12$

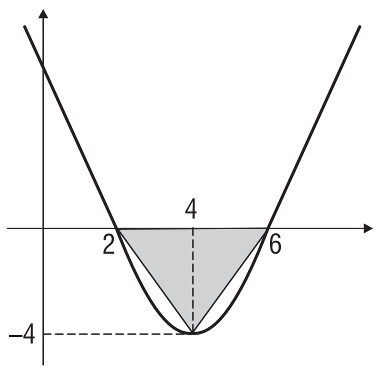
08. **Verdadeira**.

$$x_V = -\frac{-b}{2a}$$

$$x_V = \frac{-(-8)}{2 . (1)}$$

$x_V = 4$
$f(4) = (4)^2 - 8 . (4) + 12$
$f(4) = -4$
$V(4, -4)$

16. **Verdadeira**.



$$S = \frac{4 . 4}{2}$$

$S = 8$

30) 21

$f(x) = ax^2 + bx + c$
$f(0) = -24$
$f(-2) = 0$
$f(4) = 0$

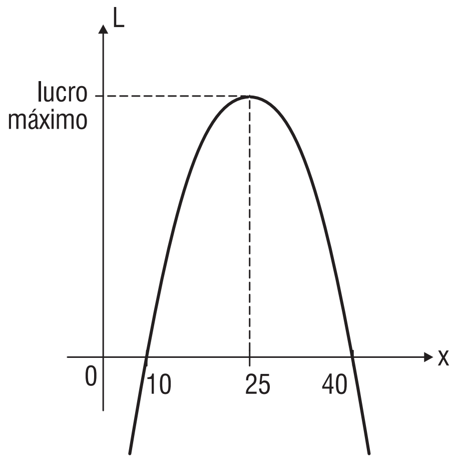
$$\begin{cases} 0 + 0 + c = -24 \\ 4a - 2b + c = 0 \\ 16 + 4b + c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 3 \\ b = -6 \\ c = -24 \end{cases}$$

$f(x) = ax^2 + bx + c$
$f(x) = 3x^2 - 6x - 24$
$f(5) = 3 . (25) - 6 . (5) - 24$
$f(5) = 21$
ou
$f(x) = a . (x - x') . (x - x'')$
$f(x) = a . (x + 2) . (x - 4)$
$f(0) = a . (0 + 2) . (0 - 4) = -24$
$a = 3$
$f(x) = 3 . (x + 2) . (x - 4)$
$f(x) = 3x^2 - 6x - 24$
$f(5) = 21$

31) C

$L(x) = R(x) - C(x)$
$L(x) = (60x - x^2) - (10x + 400)$
$L(x) = -x^2 + 50x - 400$



I. **Correta**. $f(10) = 0$
II. **Correta**. Ver gráfico.
III. **Incorreta**. O lucro máximo ocorre para $x = 25$.
IV. **Correta**. $f(50) = -400$

32) A

Função custo
$C(q) = a . q + b$
Em que:
$C(0) = 35000$ e $C(350) = 105000$
$C(0) = 35000$
$C(350) = 105000$

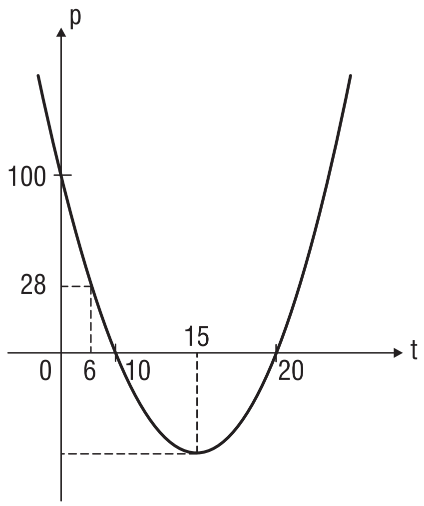
$$\begin{cases} 0 + b = 35000 \\ 350a + b = 105000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 200 \\ b = 35000 \end{cases}$$

$C(q) = 200 . q + 35000$

Função receita
$R(q) = a \cdot (q - x_1) \cdot (q - x_2)$
Em que:
$x_1 = 0$
$x_2 = 500$
$R(350) = 105000$
$R(q) = a \cdot (q - 0) \cdot (q - 500)$
$R(350) = a \cdot (350) \cdot (-150) = 105000$
$a = -2$
$R(q) = -2 \cdot (q - 0) \cdot (q - 500)$
$R(q) = -2q^2 + 1000q$
$L(q) = R(q) - C(q)$
$L(q) = (-2 \cdot q^2 + 1000q) - (200q + 35000)$
$L(q) = -2q^2 + 800q - 35000$

33) O gráfico de $p(t) = 100 - 15 \cdot t + 0{,}5 \cdot t^2$ é:



a) Para $0 \leq p \leq 100$, tem-se $0 \leq t \leq 10$.
b) $f(t) = 28$
$28 = 100 - 15 \cdot t = 0{,}5 \cdot t^2$
$t^2 - 30 \cdot t + 144 = 0$
$\underbrace{t' = 6}_{\text{tempo mínimo}}$
$t'' = 24$

34) Seja **x** a quantidade de reais de desconto e F o faturamento.

	UNIDADES	VALOR	FATURAMENTO
x = 0	40	50	2000
x = 1	50	49	2450
x = 2	60	48	2880
⋮	⋮	⋮	⋮
x = 23	270	27	7290

O faturamento em função de **x** é dado por:
$F(x) = (50 - x) \cdot (40 + 10 \cdot x)$
$F(x) = 2000 + 460x - 10 \cdot x^2$

a) $x_V = \dfrac{-b}{2a}$

$x_V = \dfrac{-460}{2 \cdot (-10)}$

$x_V = 23$ reais
b) $f(23) = 2000 + 460 \cdot (23) - 10 \cdot (23)^2$
$f(23) = 7290$ reais

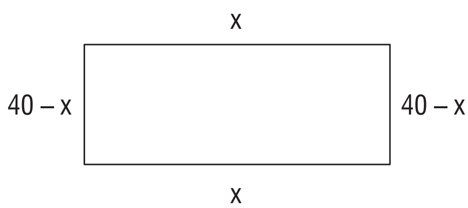
35) D
$x - y = 2$
$x = 2 + y$
$z = x^2 + y^2$
$z = (2 + y)^2 + y^2$
$z = 4 + 4y + y^2 + y^2$
$z = 4 + 4y + 2y^2$

$z_V = \dfrac{-\Delta}{4a}$

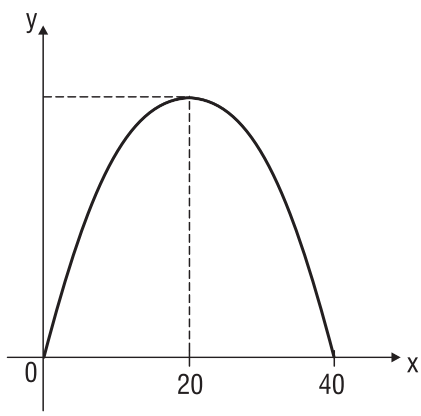
$z_V = \dfrac{-(-16)}{4 \cdot 2}$

$z_V = 2$

36) A



$y = x \cdot (40 - x)$
$y = 40x - x^2$



37) E
Área do trapézio

$S = \dfrac{(B + b) \cdot h}{2} = 120$

Em que:

$B = f(2k) = 4k^2$

$b = f(k) = k^2$

$h = 4k^2 - k^2 = 3k^2$

$\dfrac{(4k^2 + k^2) \cdot 3k^2}{2} = 120$

$5 \cdot k^2 \cdot 3k^2 = 240$
$k^4 = 16$
$k = 2$

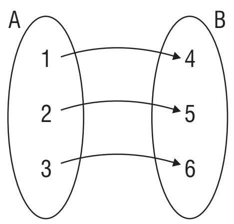
38) B
Como f(x) é uma função ímpar, então:
$f(-x) = -f(x)$

39) B
I. **Falsa**. $\{0\} \subset S$, e não $\{0\} \in S$.
II. **Falsa**. $1 \notin S$, Logo $1 \notin S \cap T \cap U$.
III. **Falsa**. $n(S) > n(T)$.
IV. **Verdadeira**. $n(S) > n(T)$.

40) A
Todo contradomínio é imagem, e $f(-1) = f(1)$.

41) A
g é sobrejetora, e não injetora; e **h** é injetora, e não sobrejetora.

42) **Verdadeira**. Para **f** ser injetora, deve-se ter $m \leq n$.
Verdadeira. Para **f** ser sobrejetora, precisa-se ter $m \geq n$.
Verdadeira. Para **f** ser bijetora, deve-se ter $m = n$.
Falsa. Seja $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ e $f: A \to B$ bijetora.
$n(A) = 3$; $n(B) = 3$; $n(A . B) = 9$
$f = \{(1, 4); (2, 5); (3, 6)\}$
$n(f) = 3$
$f: A \to B$



Verdadeira. O número de funções bijetoras de A em B é dado por:

$$A_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$$

Como m = n, então:

$$A_m^n = \frac{m!}{0!}$$

$$A_m^n = m!$$

43) $f(x) = x - 3$
$g(x) = x^2 - 5x$
a) $fog(x) = x^2 - 5x - 3$
b) $gof(x) = (x - 3)^2 - 5(x - 3)$
$gof(x) = x^2 - 6x + 9 - 5x + 15$
$gof(x) = x^2 - 11x + 24$
c) $fof(x) = (x - 3) - 3$
$fof(x) = x - 6$
d) $gog(x) = (x^2 - 5x)^2 - 5 . (x^2 - 5x)$
$gog(x) = x^4 - 10x^3 + 25x^2 - 5x^2 + 25x$
$gog(x) = x^4 - 10x^3 + 20x^2 + 25x$

44) E
$g(5) = 6 . (5) - 1$
$g(5) = 29$
$fog(5) = f(g(5))$
$fog(5) = f(29)$
$fog(5) = 3 . (29) + 2$
$fog(5) = 89$

45) $f(x) = 4x + 1$
$f(g(x)) = x^2 + 1$
$f(g(x)) = 4 . g(x) + 1 = x^2 + 1$
$4 . g(x) = x^2$

$$g(x) = \frac{x^2}{4}$$

$$g(18) = \frac{(18)^2}{4}$$

$g(18) = 81$

46) 02
$f(x) = |x^2 - 1|$
$g(x) = 3x - 1$
$A = \{x \in R / gof(x) = 23\}$
$gof(x) = 3 . |x^2 - 1| - 1 = 23$
$3 . |x^2 - 1| = 24$
$|x^2 - 1| = 8$
$x^2 - 1 = 8$
$x^2 = 9$
$x = \pm 3$
e
$x^2 - 1 = -8$
$x^2 = -7$
$x \notin R$
$A = \{-3, 3\}$

47) $f(x) = x^2 - 1$
$f(5) = (5)^2 - 1$
$f(5) = 24$
$g(x) = f(x + 3) - f(x + 2)$
$g(f(5)) = g(24)$
$g(f(5)) = f(27) - f(26)$
$g(f(5)) = (27^2 - 1) - (26^2 - 1)$
$g(f(5)) = 27^2 - 26^2$
$g(f(5)) = (27 - 26) . (27 . 26)$
$g(f(5)) = 53$

48) $f(x) = ax + b$ e $a < 0$
$f(3) = 2$
$3a + b = 2$
$b = 2 - 3a$
$f(1) = a + b$
$f(f(1)) = 1$
$f(a + b) = 1$
$a . (a + b) + b = 1$
$a^2 + ab + b = 1$
$a^2 + a . (2 - 3a) + (2 - 3a) = 1$
$a^2 + 2a - 3a^2 + 2 - 3a = 1$
$-2a^2 - a + 1 = 0$
$2a^2 + a - 1 = 0$

$$a = +\frac{1}{2} \text{ ou } a = -1$$

$$a = \frac{1}{2} \text{ (Não serve.)}$$

$a = -1$
$b = 2 - 3a$
$b = 2 - 3 . (-1)$
$b = 5$
$f(x) = ax + b$

$f(x) = -x + 5$
$-x + 5 = 0$
$x = 5$

49) B
$f(x) = 5x + 1$
$f(g(x)) = 10x^2 + 5x + 6$
$f(g(x)) = 5 \,.\, g(x) = 10x^2 + 5x + 6$
$5 \,.\, g(x) = 10x^2 + 5x + 5$
$g(x) = 2x^2 + x + 1$

50) a) $f(x) = 2x - 5$
$x = 2y - 5$
$y = \dfrac{x+5}{2}$
$f^{-1}(x) = \dfrac{x+5}{2}$

b) $g(x) = \dfrac{3x-4}{5}$
$x = \dfrac{3y-4}{5}$
$5x + 4 = 3y$
$g^{-1}(x) = \dfrac{5x+4}{3}$

c) $h(x) = \dfrac{2x-5}{3x-4}$
$h^{-1}(x) = \dfrac{4x-5}{3x-2}$

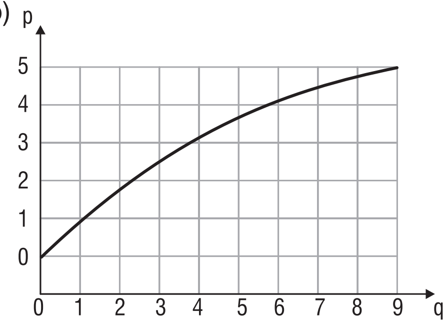
d) $t(x) = \dfrac{2x+0}{3x-7}$
$t^{-1}(x) = \dfrac{7x}{3x-2}$

51) E
$f(x) = \dfrac{3x-m}{4}$
$f^{-1}(5) = 2$
$(5, 2) \in f^{-1}$
$(2, 5) \in f$
$f(2) = 5$
$f(2) = 5$
$5 = \dfrac{3\,.\,(2) - m}{4}$
$20 = 6 - m$
$m = -14$

52) C
$g(x) = ax + b$
$f(x) = \text{sen}\left(\pi \,.\, \dfrac{x}{2}\right)$
$(0, 1) \Rightarrow 1 = a\,.\,(0) + b$
$\left(-\dfrac{1}{2}, 0\right) \Rightarrow 0 = a\,.\,\left(-\dfrac{1}{2}\right) + b$

$\begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$
$g(x) = 2x + 1$
$g^{-1}(2) = \dfrac{1}{2}$
$f(g^{-1}(2)) = f\left(\dfrac{1}{2}\right) =$
$= \text{sen}\left(\dfrac{\pi}{2} \,.\, \dfrac{1}{2}\right) =$
$= \text{sen}\,\dfrac{\pi}{4} =$
$= \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

53) $5q = p^2 + 2p - 3$
$q \in [1, 9]$
a) $5q = p^2 + 2p - 3$
$p^2 + 2p = 5q + 3$
$p^2 + 2p + 1 = 5q + 3 + 1$
$(p + 1)^2 = 5q + 4$
$\sqrt{(p+1)^2} = \sqrt{5q+4}$
$|p + 1| = \sqrt{5q+4}$
Como $p > 0$, então $p + 1 > 0$.
$p + 1 = \sqrt{5q+4}$
$p = -1 + \sqrt{5q+4}$

b)


54) a) $2x - 6 > 8$
$x > 7$
b) $2\,.\,(x - 3) \leq 5x + 12$
$2x - 6 \leq 5x + 12$
$-3x \leq 18$
$x \geq -6$

c) $\dfrac{x-1}{3} - \dfrac{(2-x)}{4} < 2$
$\dfrac{4x - 4 - 6 + 3x}{\cancel{12}} < \dfrac{25}{\cancel{12}}$
$7x - 10 < 24$
$7x < 34$

$x < \dfrac{34}{7}$

d) $\dfrac{x}{5} - \dfrac{x}{2} \geq -2$

$\dfrac{2x - 5x}{\cancel{10}} \geq \dfrac{-20}{\cancel{10}}$

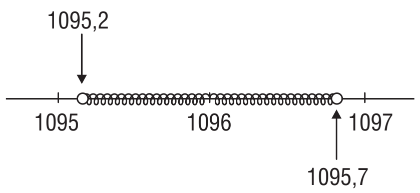
$-3x \geq -20$

$x \leq \dfrac{20}{3}$

55) $5m + 24 > 5500$
$5m > 5476$
$m > 1095{,}2$

$-\dfrac{8}{5}m + 700 > 42 - m$

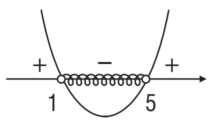
$-8m + 3500 > 210 - 5m$
$-3m > -3290$
$m < +1096{,}7$



Números inteiros entre 1095,2 e 1096,7 é 1096. A soma dos algarismos: 1 + 0 + 9 + 6 = 16.

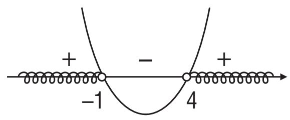
56) D
$2x + 3 \leq x + 7 \leq 3x + 1$
$2x + 3 \leq x + 7$
$x \leq 4$
e
$x + 7 \leq 3x + 1$
$-2x \leq -6$
$x \geq 3$
Portanto: $3 \leq x \leq 4$.
Números inteiros: 3 e 4

57) a) $x^2 - 6x + 5 < 0$



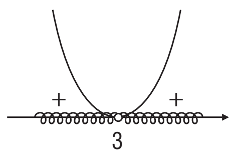
$1 < x < 5$

b) $x^2 - 3x - 4 > 0$



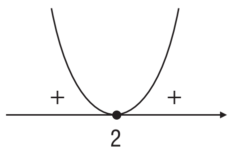
$x < -1$ ou $x > 4$

c) $x^2 - 6x + 9 > 0$



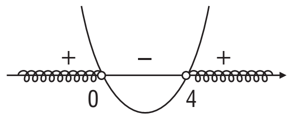
$S = \{x \in R / x \neq 3\}$

d) $x^2 - 4x + 4 \leq 0$



$S = \{2\}$

58) $y = x^2 + 2kx + 4k$
$x_1 \neq x_2$
$\Delta > 0$
$(2k)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (4k) > 0$
$4k^2 - 16k > 0$
$k^2 - 4k > 0$



$k < 0$ ou $k > 4$

59) A
Se $x > 7$, então $x - 7 > 0$.
Se $x < -3$, então $x + 3 < 0$.
Portanto: $(x + 3) \cdot (x - 7) < 0$.

60) A

$\dfrac{1}{x} \leq \dfrac{3}{x - 2}$

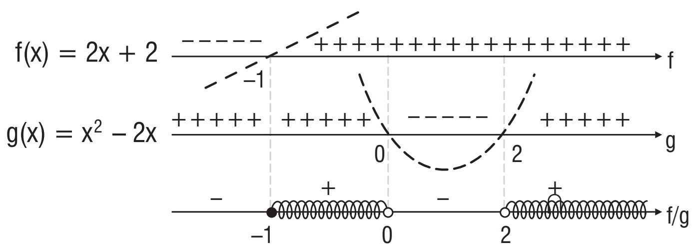
$\dfrac{1}{x} - \dfrac{3}{x - 2} \leq 0$

$\dfrac{x - 2 - 3x}{x \cdot (x - 2)} \leq 0$

$\dfrac{-2x - 2}{x^2 - 2x} \leq 0 \quad \cdot (-1)$

$\dfrac{2x + 2}{x^2 - 2x} \geq 0$

$f(x) = 2x + 2$



$S = [-1, 0) \cup (2, +\infty)$

61) 59

$f(x) = \dfrac{x + 1}{x - 1}$

$g(x) = 2x + 3$
01. **Verdadeira**.

$f\left(\dfrac{1}{x}\right) = \dfrac{\dfrac{1}{x} + 1}{\dfrac{1}{x} - 1}$

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1+x}{x}}{\frac{1-x}{x}}$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1+x}{x} \cdot \frac{x}{1-x}$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1+x}{1-x}$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$$

02. **Verdadeira**.

$$fog(x) = \frac{(2x+3)+1}{(2x+3)-1}$$

$$fog(x) = \frac{2x+4}{2x+2}$$

$$fog(x) = \frac{x+2}{x+1}$$

Domínio de fog(x)

$x + 1 \neq 0$

$x \neq -1$

$D = R - \{-1\}$

04. **Falsa**.

$$f(2) = \frac{2+1}{2-1}$$

$f(2) = 3$

$g(f(2)) = g(3)$

$g(f(2)) = 2 \,.\, (3) + 3$

$g(f(2)) = 9$

08. **Verdadeira**.

$g(x) = 2x + 3$

$x = 2y + 3$

$$y = \frac{x-3}{2}$$

$$g^{-1}(x) = \frac{x-3}{2}$$

16. **Verdadeira**.

$g(x) = 2x + 3$

$y = 0$

$0 = 2x + 3$

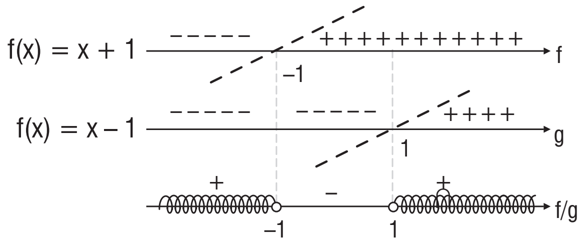
$$x = -\frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{-3}{2}, 0\right) \in g$$

32. **Verdadeira**.

$f(x) > 0$

$$\frac{x+1}{x-1} > 0$$



$x < -1$ ou $x > 1$

62) $$\frac{4\,.\,(x^2 - 7x + 10)}{x-5} \geq 238$$

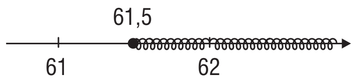
$$\frac{4\,.\,\cancel{(x-5)}\,.\,(x-2)}{\cancel{(x-5)}} \geq 238$$

$x \neq 5$

$4\,.\,(x - 20) \geq 238$

$x - 2 \geq 59{,}5$

$x \geq 61{,}5$



O menor inteiro no intervalo é 62.

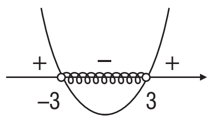
63) 30

$A = \{x \in R / -3 \leq x \leq 3\}$

01. **Incorreta**.

$x^2 < 9$

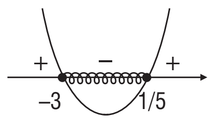
$x^2 - 9 < 0$



02. **Correta**.

$-5x^2 - 14x + 3 \geq 0$

$5x^2 + 14x - 3 \leq 0$



$$-3 \leq x \leq \frac{1}{5}$$

$$[-3, 3] \supset \left[-3, \frac{1}{5}\right]$$

04. **Correta**.

$(5x - 8)^2 = -21$

$S = \varnothing$

$|5x - 3| = -8$

$S = \varnothing$

$\varnothing \subset A$

08. **Correta**.

$|2x - 5| = |8x + 3|$

$2x - 5 = 8x + 3$

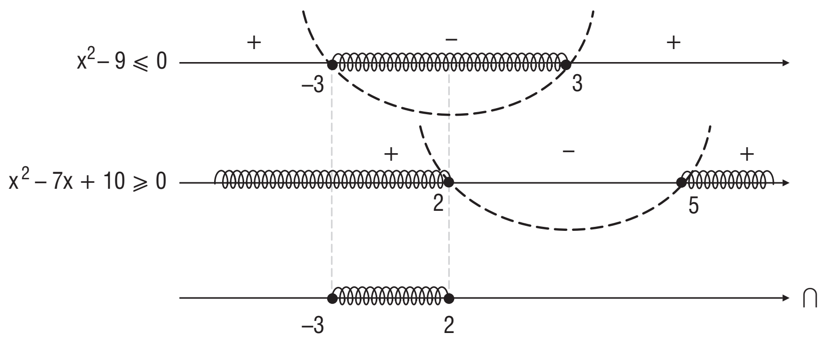
$$x = -\frac{4}{3}$$

ou
$2x - 5 = -8x - 3$

$x = \frac{1}{5}$

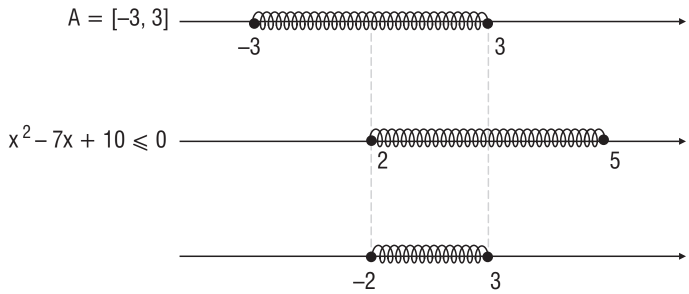
$S = \left\{-\frac{4}{3}, \frac{1}{5}\right\} \subset A$

16. **Correta**.



$-3 \in [-3, 2]$

32. **Incorreta**.



$B = \{x \in R/2 \leq x < 3\}$

64) D

$\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} = 27$

$3^{x-1} = 3^3$

$1 - x = 3$

$x = -2$

$E = 12 - x^2$

$E = 12 - (-2)^2$

$E = 12 - 4$

$E = 8$

65) D

$4^{x+y} = 32$

$2^{2x+2y} = 2^5$

$2x + 2y = 5$

$2x + 2 . \left(x + \frac{1}{2}\right) = 5$

$2x + 2x + 1 = 5$

$4x = 4$

$x = 1$

$3^{y-x} = \sqrt{3}$

$3^{y-x} = 3^{\frac{1}{2}}$

$y - x = \frac{1}{2}$

$y = x + \frac{1}{2}$

$y = 1 + \frac{1}{2}$

$y = \frac{3}{2}$

66) A

$2^x = 8^{y+1}$

$2^x = 2^{3y+3}$

$x = 3y + 3$

$9^y = 3^{x-9}$

$3^{2y} = 3^{x-9}$

$2y = x - 9$

$2y = 3y + 3 - 9$

$2y = 3y - 6$

$y = 6$

$x = 3y + 3$

$x = 3 . 6 + 3$

$x = 21$

$S = \{(21, 6)\}$

$t^2 - 27t + 126 = 0$

Raízes: $t' = 21$ e $t'' = 6$

67) E

$f(x) = 2^{2x+1}$

$f(a) = 4 . f(b)$

$2^{2a+1} = 4 . 2^{2b+1}$

$2^{2a+1} = 2^{2b+3}$

$2a + 1 = 2b + 3$

$2a - 2b = 2$

$a - b = 1$

68) $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = 775$

$5^x . \left(5 + 1 + \frac{1}{5}\right) = 775$

$5^x . \frac{31}{5} = 775$

$5^x = 5^3$

$x = 3$

69) a) $7^{x-3} + 7^{x-2} + 7^{x-1} = 57$

$7^x . (7^{-3} + 7^{-2} + 7^{-1}) = 57$

$7^x . \left(\frac{1}{343} + \frac{1}{49} + \frac{1}{7}\right) = 57$

$7^x . \left(\frac{1 + 7 + 49}{343}\right) = 57$

$7^x . \frac{57}{343} = 57$

$7^x = 7^3$

$x = 3$

$S = \{3\}$

b) $\left(\frac{1}{3}\right)^x + \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} = -207$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot \left[1 + \frac{1}{3} - 9\right] = -207$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot \left[\frac{3 + 1 - 27}{3}\right] = -207$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{-23}{3}\right) = -207$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = 27$$

$3^{-x} = 3^3$
$x = -3$
$S = \{-3\}$

70) $2^{2x+1} - 3 \,.\, 2^{x+2} = 32$
$2 \,.\, 2^{2x} - 3 \,.\, 2^2 \,.\, 2^x - 32 = 0$
$(2^x = y)$
$2y^2 - 12y - 32 = 0$
$y^2 - 6y - 16 = 0$
$y_1 = -2$
$2^x = -2$
$x \notin R$
$y_2 = 8$
$2^x = 2^3$
$x = 3$
$S = \{3\}$

71) D
$2^{2x} + 3^{2+x} = 17 .\, 4^x$
$3^2 \,.\, 3^x = 17 \,.\, 2^{2x} - 2^{2x}$
$9 \,.\, 3^x = 16 \,.\, 2^{2x}$
$3^x \,.\, 9 = 16 \,.\, 4^x$

$$\frac{9}{16} = \frac{4^x}{3^x}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^{-x}$$

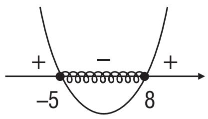
$x = -2$
$S = \{-2\}$

72) $10^{x^2-4} = \dfrac{1}{1000}$

$10^{x^2-4} = 10^{-3}$
$x^2 - 4 = -3$
$x^2 = 1$
$x = \pm 1$

73) D
$8^{-1} < 2^{2n+1} < 128$
$2^{-3} < 2^{2n+1} < 2^7$
$-3 < 2n + 1 < 7$
$-4 < 2n < 6$
$-2 < n < 3$
Números inteiros: $\{-1, 0, 1, 2\}$
Soma: $(-1) + (0) + (1) + (2) = 2$

74) $4^x - 3 \,.\, 2^x \le 40$
$(2^x)^2 - 3 \,.\, (2^x) - 40 \le 0$
$2^x = y$
$y^2 - 3y - 40 \le 0$



$-5 \le y$ e $y \le 8$
$-5 \le 2^x$ e $2^x \le 2^3$

$$\underbrace{x \in R \text{ e } x \le 3}_{x \le 3}$$

Valor máximo: $x = 3$

75) $\log_3 b - \log_3 a = -4$

$$\log_3 \left(\frac{b}{a}\right) = -4$$

$$3^{-4} = \frac{b}{a}$$

$$\frac{a}{b} = 81$$

76) $\log_{(x-1)}(2x^2 - 7x + 7) = 0$
$(x - 1)^0 = 2x^2 - 7x + 7$
$1 = 2x^2 - 7x + 7$
$2x^2 - 7x + 6 = 0$

$$x_1 = \frac{3}{2}$$

$x_2 = 2$ (Não serve.)

$$S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$$

77) $\log_2 (x + 4) + \log_2 (x - 3) = \log_2 18$
$\log_2 (x + 4) \,.\, (x - 3) = \log_2 18$
$x^2 + x - 12 = 18$
$x^2 + x - 30 = 0$
$x_1 = 5$
$x_2 = -6$ (Não serve.)
$S = \{5\}$

78) E
$\log_3 (x + 2) = -1 + \log_3 x$
$\log_3 (x + 2) - \log_3 x = -1$

$$\log_3 \left(\frac{x + 2}{x}\right) = -1$$

$$3^{-1} = \frac{x + 2}{x}$$

$x = 3x + 6$
$-2x = 6$
$x = -3$ (Não serve.)
$S = \varnothing$

79) C

$$\log_2 \left[\frac{2 \,.\, 4 \,.\, 6 \,.\, \ldots \,.\, 2n}{n!}\right] =$$

$$= \log_2 \left[\frac{(1 \,.\, 2) \,.\, (2 \,.\, 2) \,.\, (3 \,.\, 2) \,.\, (4 \,.\, 2) \,.\, \ldots \,.\, (n \,.\, 2)}{n!}\right] =$$

$$= \log_2 \left[\frac{(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot n) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2)}{n!}\right] =$$

$$= \log_2 \left[\frac{(n!) \cdot 2^n}{(n!)}\right] = \log_2 (2^n) = n$$

80) B

$$\log\left(\frac{2}{3}\right) + \log\left(\frac{3}{4}\right) + \log\left(\frac{4}{5}\right) + \ldots + \log\left(\frac{19}{20}\right) =$$

$$= \log\left[\frac{2}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \cdot \frac{\cancel{4}}{\cancel{5}} \cdot \ldots \cdot \frac{\cancel{18}}{\cancel{19}} \cdot \frac{\cancel{19}}{20}\right] =$$

$$= \log\left(\frac{2}{20}\right) = \log\left(\frac{1}{10}\right) = -1$$

81) D

$\log_5 (4x - 3) + \log_5 (4x - 7) = 1$
$\log_5 (4x - 3) \cdot (4x - 7) = 1$
$16x^2 - 28x - 12x + 21 = 5^1$
$16x^2 - 40x + 16 = 0$
$2x^2 - 5x + 2 = 0$
$x_1 = 2$
$x_2 = \frac{1}{2}$ (Não serve.)
$S = \{2\}$
e
$7^{x+1} - 7^x = 294$
$7^x \cdot (7 - 1) = 294$
$7^x \cdot 6 = 294$
$7^x = 49$
$x = 2$
$S = \{2\}$
Soma: $2 + 2 = 4$

82) $\log_a x = 2$

$$\log_a \sqrt[5]{x \cdot y^3} = \log_a (x \cdot y)^{45} =$$

$$= \frac{1}{5} \cdot (\log_a x + 3 \cdot \log_a y) =$$

$$= \frac{1}{5} \cdot (2 + 3 \cdot 6) =$$

$= 4$
e
$\log_x y = 3$

$$\frac{\log_a y}{\log_a x} = 3$$

$$\frac{\log_a y}{2} = 3$$

$\log_a y = 6$

83) D

$w = \log v$
$u = 10$
$w = -2$
$-2 = \log v$
$v = 0{,}01$
$u = 20$
$w = 1$
$1 = \log v$
$v = 10$
$u = 30$
$w = 5$
$5 = \log v$
$v = 100000$

84) $N = \dfrac{220}{1 + 10 \cdot (0{,}81)^t}$

a) $N = \dfrac{220}{1 + 10 \cdot (0{,}81)^{\frac{1}{2}}}$

$$N = \frac{220}{1 + \cancel{10} \cdot \frac{9}{\cancel{10}}}$$

$$N = \frac{220}{10}$$

$N = 22$

b) $N = 88$

$$88 = \frac{220}{1 + 10 \cdot (0{,}81)^t}$$

$4 \cdot [1 + 10 \cdot (0{,}81)^t] = 10$

$$1 + 10 \cdot (0{,}81)^t = \frac{10}{4}$$

$$10 \cdot \left(\frac{81}{100}\right)^t = \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{81}{100}\right)^t = \frac{3}{20}$$

$$\ell n \left(\frac{81}{100}\right)^t = \ell n \left(\frac{3}{20}\right)$$

$t \cdot (\ell n\, 81 - \ell n\, 100) = \ell n\, 3 - \ell n\, 20$
$t \cdot (\ell n\, 3^4 - \ell n\, 2^2 - \ell n\, 5^2) = \ell n\, 3 - \ell n\, 2^2 - \ell n\, 5$
$t \cdot (4 \cdot 1{,}1 - 2 \cdot 0{,}7 - 2 \cdot 1{,}6) = 1{,}1 - 2 \cdot 0{,}7 - 1{,}6$
$t \cdot (4{,}4 - 1{,}4 - 3{,}2) = 1{,}1 - 1{,}4 - 1{,}6$
$t \cdot (-0{,}2) = -1{,}9$

$$t = \frac{19}{2}$$

$t = 9{,}5$
9 anos e meio

85) a) 1º ano: $12000 \cdot 1{,}08 = 12960{,}00$
2º ano: $12960 \cdot 1{,}08 = 13996{,}80$
R$13996,80

b) $C = 12000{,}00$
1º ano: montante $= 1{,}08 \cdot C$
2º ano: $M = (1{,}08)^2 \cdot C$
3º ano: $M = (1{,}08)^3 \cdot C$
n-ésimo ano: $M = (1{,}08)^n \cdot C$
$M = 2 \cdot C$

$2 \cdot \cancel{C} = (1{,}08)^n \cdot \cancel{C}$
$(1{,}08)^n = 2$
$\log (1{,}08)^n = \log 2$

$$n \cdot \log\left(\frac{108}{100}\right) = \log 2$$

$n \cdot (\log 108 - \log 100) = \log 2$
$n \cdot (\log 2^2 \cdot 3^3 - 2) = \log 2$
$n \cdot (2 \cdot \log 2 + 3 \cdot \log 3 - 2) = \log 2$
$n \cdot (2 \cdot 0{,}301 + 3 \cdot 0{,}477 - 2) = 0{,}301$
$n \cdot (0{,}602 + 1{,}431 - 2) = 0{,}301$
$n \cdot (0{,}033) = 0{,}301$
$n \cong 9{,}12$ anos
Para ter-se o montante maior que o dobro do capital, deve-se aplicar por 10 anos.