Matemática E – Semi-Extensivo – V. 4

Exercícios

01) $P(-3) = 43$
$-27 + 9m + 6 + 1 = 43$
$9m = 63$
$m = 7$

02) E
Resto $= P(-1) = 1 + 2 + 1 + 1 + 1 = 6$

03) D
Resto $= P(2) = 16 - 16 + 8 + 10 + 1 = 19$

04) E

$$\text{Resto} = P\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right)^5 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^4 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1$$

$$= \frac{-1}{32} - \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + 1$$

$$= \frac{-1 - 4 + 8 + 32}{32} = \frac{35}{32}$$

05) A
Resto $= P(-1) = 5 \cdot (-1)^{2n} - 4 \cdot (-1)^{2n+1} - 2$
Lembre que $2n$ é um número par e $2n + 1$ é um número ímpar para $n \in \mathbb{N}$.
Assim, $P(-1) = 5 - 4 \cdot (-1) - 2 = 5 + 4 - 2 = 7$.

06) A
Resto $= P(-1) = (-1)^{142} - 1 = 1 - 1 = 0$

07) D
Resto $= P(-a) = (-a)^n + a^n = (-1)^n \cdot a^n + a^n$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a^n + a^n = 0, \text{ se } \mathbf{n} \text{ é ímpar.} \\ a^n + a^n = 2a^n, \text{ se } \mathbf{n} \text{ é par.} \end{cases}$$

08) E
Resto $= 0$
$P(-2) = 0$
$8 + 6 + m = 0 \Rightarrow m = -14$

09) C
$P(1) = 4$
$\cancel{1} + a - \cancel{1} + a = 4$
$2a = 4$
$a = 2$

10) A
$P(1) = P(-2)$
$1 + q + 1 + 1 = -8 + 4q - 2 + 1$
$q + 3 = 4q - 9$
$12 = 3q$
$q = 4$

11) A
Resto $= 0$
$P(5) = 0$
$250 + 25m - 20 - 30 = 0$
$25m = -200$
$m = -8$

12) C
$P(-1) = 0 \Rightarrow -a + b - 2 - 2 = 0$
$P(2) = 0 \Rightarrow 8a + 4b + 4 - 2 = 0$

$$\begin{cases} -a + b = 4 \quad . (-4) \\ 8a + 4b = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a - \cancel{4b} = -16 \\ 8a + \cancel{4b} = -2 \end{cases} \oplus$$

$12a = -18$

$$a = \frac{-18}{12}\ ;\ a = \frac{-3}{2}$$

$$b = \frac{5}{2}$$

13) D

$$\begin{array}{l|l} f(x) & (x-1) - (x+2) \\ \hline & Q(x) \\ 2x - 1 & \end{array}$$

$f(x) = (x - 1) \cdot (x + 2) \cdot Q(x) + 2x - 1$
O resto da divisão de $f(x)$ por $x + 2$ é
$f(-2) = (-2 - 1) \cdot (-2 + 2) \cdot Q(-2) - 4 - 1 = -5$

14) C
$P(-2) = 5$
$P(2) = 13$

$$\begin{array}{l|l} P(x) & x^2 - 4 \\ \hline ax + b & Q(x) \end{array}$$

$P(x) = (x^2 - 4) \cdot Q(x) + ax + b$

$P(-2) = 5 \Rightarrow \cancel{(4 - 4) \cdot Q(-2)} - 2a + b = 5$
$-2a + b = 5$

$P(2) = 13 \Rightarrow \cancel{(4 - 4) \cdot Q(2)} + 2a + b = 13$
$2a + b = 13$

$$\begin{cases} -\cancel{2a} + b = 5 \\ \cancel{2a} + b = 13 \end{cases} \oplus$$

$2b = 18$
$b = 9;\ a = 2$
$\Rightarrow R(x) = 2x + 9$
$R(1) = 2 + 9 = 11$

15) B

$$\begin{array}{l|l} P(x) & (x-2)\ (x+2) \\ \hline & \quad Q(x) \end{array}$$

$R(x) = ax + b$

$P(x) = (x - 2) \cdot (x + 2) \cdot Q(x) + ax + b$

$P(2) = 6 \Rightarrow \cancel{(2 - 2) \cdot (2 + 2) \cdot Q(2)} + 2a + b = 6$

$2a + b = 6$ (I)

$P(-2) = 10 \Rightarrow \cancel{(-2 - 2) \cdot (-2 + 2) \cdot Q(-2)} - 2a + b =$
$= 10$

$-2a + b = 10$ (II)

De I e II, temos:

$$\begin{cases} \cancel{2a} + b = 6 \\ -\cancel{2a} + b = 10 \end{cases} \oplus$$

$2b = 16$

$b = 8;\ a = -1$

Logo, $R(x) = -x + 8$.

16)

$$\begin{array}{l|l} P(x) & (x-1)^2 \\ \hline & \quad Q(x) \end{array}$$

$R(x)$

$P(x) = (x - 1)^2 \cdot Q(x) + R(x)$

$R(x)$ dividido por $x - 1$ dá resto 3.

$R(1) = 3$

Assim, $P(1) = \cancel{(1 - 1)^2 \cdot Q(1)} + R(1) = 3$.

17) E

$x^3 - 27$

$$\begin{array}{c|cccc} 3 & 1 & 0 & 0 & -27 \\ \hline & 1 & 3 & 9 & 0 \end{array}$$

$Q(x) = x^2 + 3x + 9$

18) a)

$$\begin{array}{c|ccccc} 2 & 2 & 0 & -1 & 0 & 3 \\ \hline & 2 & 4 & 7 & 14 & 31 \end{array}$$

$Q(x) = 2x^3 + 4x^2 + 7x + 14;\ R(x) = 31$

b)

$$\begin{array}{c|cccccc} 2 & 3 & -3 & 0 & 0 & 4 & 27 \\ \hline & 3 & 3 & 6 & 12 & 28 & 83 \end{array}$$

$Q'(x) = 3x^4 + 3x^3 + 6x^2 + 12x + 28;\ R(x) = 83$

Dividindo $Q'(x)$ por 3, encontramos:

$$Q(x) = x^4 + x^3 + 2x^2 + 4x + \frac{28}{3}$$

19) B

$$\begin{array}{c|cccc} -1 & 2 & -21 & 5 & -1 \\ \hline & 2 & -23 & 28 & -29 \end{array}$$

$Q(x) = 2x^2 - 23x + 28;\ R(x) = -29$

20) A

$$\begin{array}{c|cccc} -3 & 1 & -1 & 5 & 6 \\ \hline & 1 & -4 & 17 & -45 \end{array}$$

$Q(x) = x^2 - 4x + 17$

$Q(0) = 17$

21) E

$x + a$

$$\begin{array}{c|ccccc} -2 & 1 & p & -3 & 4 & -5 \\ \hline & q & -4 & 5 & r & 7 \end{array}$$

$a = 2;\ q = 1$

$-2 \cdot 5 + 4 = r$

$-6 = r$

$-2 \cdot q + p = -4$

$-2 + p = -4$

$p = -2$

22) B

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 0 & -3 & 3 \\ \hline -1 & 1 & a & b & c \end{array}$$

$-1 \cdot 1 + 0 = a$

$a = -1$

$-1 \cdot a - 3 = b$

$1 - 3 = b$

$b = -2$

$-1 \cdot b + 3 = c$

$2 + 3 = c$

$c = 5$

$a + b + c = -1 - 2 + 5 = 2$

23) 10

24) $P(x) = -x^2 + 2x + 1$

25) -2

26) C

$x^2 + (m + 5) \cdot x - 28 = 0$

$x = -7$ é raiz.

$(-7)^2 + (m + 5) \cdot (-7) - 28 = 0$

$49 - 7m - 35 - 28 = 0$

$-7m = 14$

$m = -2$

27) a) $3x^2 + 5x - 2 = 0$

$$x' = -2;\ x'' = \frac{1}{3};\ S = \left\{-2, \frac{1}{3}\right\}$$

b) $x^2 - 2\sqrt{5}\,x + 5 = 0$

$(x - \sqrt{5})^2 = 0$

$x' = x'' = \sqrt{5}$

$S = \{\sqrt{5}\}$

c) $x^2 + 2x + 2 = 0$

$\Delta = 4 - 4 \,.\, 1 \,.\, 2 = -4$

$x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{-4}}{2}$

$x = \dfrac{-2 \pm 2i}{2}$

$x = -1 \pm i$; $S = \{-1 + i, -1 - i\}$

d) $3x^3 + 5x^2 - 2x = 0$

$x \,.\, (3x^2 + 5x - 2) = 0$

$x = 0$ ou $3x^2 + 5x - 2 = 0$

$x' = -2$; $x'' = \dfrac{1}{3}$

$S = \left\{0, -2, \dfrac{1}{3}\right\}$

e) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

$x^2 = y$

$\Rightarrow y^2 - 8y - 9 = 0$

$y' = 9$; $y'' = -1$

$x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$

$x^2 = -1 \Rightarrow x = \pm i$

$S = \{\pm 3, \pm i\}$

f) $x^5 - x = 0$

$x \,.\, (x^4 - 1) = 0$

$\Rightarrow x = 0$ ou $x^4 - 1 = 0$

$(x^2 - 1) \,.\, (x^2 + 1) = 0$

$\Rightarrow x^2 - 1 = 0$

$x^2 = 1$

$x = \pm 1$

ou

$x^2 + 1 = 0$

$x^2 = -1$

$x = \pm i$

$S = \{0, \pm 1, \pm i\}$

28) A

$x^4 + px^3 + px^2 + px + p = 0$

$x = 1$ é raiz.

$1 + p + p + p + p = 0$

$4p = -1$

$p = -\dfrac{1}{4}$

29) B

$x^2 + ax + b = 0$; $x' = 4$; $x'' = -5$

soma: $-a = -1$

$a = 1$

produto: $b = -20$

30) $\underbrace{x^3 - 2x^2}\ \underbrace{-3x + 6} = 0$

$x^2 \,.\, (x - 2) - 3 \,.\, (x - 2) = 0$

$(x - 2) \,.\, (x^2 - 3) = 0$

$x - 2 = 0$

$x = 2$

$x^2 - 3 = 0$

$x = \pm\sqrt{3}$

$S = \{2, \pm\sqrt{3}\}$

31) a) $2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$

$-x^2 \,.\, (-2x + 1) - 2x + 1 = 0$

$(-x^2 + 1) \,.\, (-2x + 1) = 0$

$-x^2 + 1 = 0$

$x^2 = 1$

$x = \pm 1$

$-2x + 1 = 0$

$x = \dfrac{1}{2}$

$S = \left\{\dfrac{1}{2}, \pm 1\right\}$

b) $x^4 - x^3 - 4x^2 + 4x = 0$

$x^2 \,.\, (x^2 - x) - 4 \,.\, (x^2 - x) = 0$

$(x^2 - 4) \,.\, (x^2 - x) = 0$

$x^2 - 4 = 0$

$x = \pm 2$

$x^2 - x = 0$

$x' = 0$; $x'' = 1$

$S = \{\pm 2, 0, 1\}$

c) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$

$x^2 (x - 3) - 4 (x - 3) = 0$

$(x^2 - 4) \,.\, (x - 3) = 0$

$x^2 - 4 = 0$

$x = \pm 2$

$x - 3 = 0$

$x = 3$

$S = \{\pm 2, 3\}$

32) D

$x^3 (x - 1)^2 = 0$

Como o grau é 5, tem 5 raízes.

33) A

$x^3 + x = 0$

$x \,.\, (x^2 + 1) = 0$

$x = 0$; $x^2 + 1 = 0$

$x = \pm i$

$S = \{0, \pm i\}$

34) D

$2x^4 + ax^3 + (a - 2)x^2 + (a^2 - 4)x + (a + 2) = 0$

$x = 0$ é raiz.

$0 + 0 + 0 + 0 + a + 2 = 0$

$a = -2$

$2x^4 - 2x^3 - 4x^2 = 0$

$2x^2(x^2 - x - 2) = 0$

$2x^2 = 0$

$x = 0$

$x^2 - x - 2 = 0$
$x' = 2;\ x'' = -1$

35) $(x + 1) \cdot (x - 3)^2 \cdot (x^2 + 4) = 0$
a) grau $= 1 + 2 + 2 = 5$
b) 5 raízes
c) $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$
$(x - 3)^2 = 0 \Rightarrow x' = x'' = 3$
$x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2i$
d) $S = \{-1, 3, \pm 2i\}$

36) B
$x^2 - 4x + 13 = 0$
$\Delta = 16 - 4 \cdot 1 \cdot 13 = -36$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{-36}}{2}$$

$$x = \frac{4 \pm 6i}{2}$$

$x = 2 \pm 3i$

37) B
$P(x) = a\,(x - 0) \cdot (x - 1) \cdot (x - 2)$

$$P\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2} \Rightarrow a \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - 2\right) = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{a}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}\right) = -\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}$$

$a = -4$
$P(x) = -4 \cdot x \cdot (x - 1)\,(x - 2) =$
$= -4x\,(x^2 - 3x + 2) =$
$= -4x^3 + 12x^2 - 8x$

38) C
$P(x) = a\,(x - 1) \cdot (x + 3) \cdot (x - r)$
$P(0) = -12 \Rightarrow a \cdot (-1) \cdot (3) \cdot (-r) = -12$
$3ar = -12$
$ar = -4$

$P(2) = 30 \Rightarrow a \cdot (1) \cdot \cancel{(5)} \cdot (2 - r) = \cancel{30}^{6}$

$2a - ar = 6$
$2a + 4 = 6$
$2a = 2$
$a = 1$
$r = -4$
$P(x) = (x - 1) \cdot (x + 3) \cdot (x + 4)$

39) D
$ax^3 + bx^2 + cx = 5$
$ax^3 + bx^2 + cx - 5 = 0$
Como o grau é 3, a equação não admite raiz imaginária ou admite, no máximo, 2 raízes imaginárias conjugadas.

40) E
$x_1 = 3$
$x_2 = 3$
$x_3 = i \Rightarrow x_4 = -i$

$$\left.\begin{matrix} x_5 = 2i \\ x_6 = 2i \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} x_7 = -2i \\ x_8 = -2i \end{matrix}$$

Menor grau: 8

41) D
$(x + 1) \cdot (x^2 + 4) = 0$
$(x + 1) \cdot (x - 2i) \cdot (x + 2i) = 0$
$x_1 = -1$
$x_2 = 2i$
$x_3 = -2i$

42) E
$P(x) = x^3 + 4x^2 + 3x = 0$
$\Rightarrow x \cdot (x^2 + 4x + 3) = 0$
$x = 0$ ou $x^2 + 4x + 3 = 0$
$x' = -1;\ x'' = -3$
$S = \{0, -1, -3\}$

43) $x^5 + x^4 - 5x^3 - 5x^2 + 4x + 4m$
a) $x = -1$ é raiz.

$$-\cancel{1} + \cancel{1} + \cancel{5} - \cancel{5} - 4 + 4m = 0$$

$4m = 4$
$m = 1$
b) $x^5 + x^4 - 5x^3 - 5x^2 + 4x + 4 =$
$= x^4 \cdot (x + 1) - 5x^2 \cdot (x + 1) + 4\,(x + 1) =$
$= (x^4 - 5x^2 + 4) \cdot (x + 1)$ (I)
Obtendo as raízes de $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$, $x^2 = y$, encontramos:

$$y^2 - 5y + 4 = 0 \left\langle \begin{matrix} y' = 1 \\ y'' = 4 \end{matrix} \right.$$

$x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$
$x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$
Voltando em I, temos:
$(x^4 - 5x + 4) \cdot (x + 1) =$
$= (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x - 2) \cdot (x + 2) \cdot (x + 1)$

44) $P(x) = \begin{vmatrix} 3-x & -1 & \sqrt{2} \\ 0 & a-x & -1 \\ 0 & 4 & 1-x \end{vmatrix} \begin{matrix} 3-x & -1 \\ 0 & a-x \\ 0 & 4 \end{matrix} =$

$= (3 - x) \cdot (a - x) \cdot (1 - x) + 4 \cdot (3 - x) =$
$= (3 - x)\,[(a - x) \cdot (1 - x) + 4] =$
$= (3 - x)\,[a - ax - x + x^2 + 4] =$
$= (3 - x)\,[x^2 + (-a - 1)x + a + 4]$
a) $a = 1$
$\Rightarrow P(x) = (3 - x)\,(x^2 - 2x + 5) = 0$
$3 - x = 0$
$x = 3$
$x^2 - 2x + 5 = 0$
$\Delta = 4 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = -16$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{-16}}{2}$$

$$x = \frac{2 \pm 4i}{2}$$

$x = 1 \pm 2i$

$S = \{3,\ 1 \pm 2i\}$

b) $P(x) = (3 - x)\ [x^2 + (-a - 1)x + a + 4]$

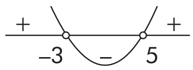
Basta exigir que as raízes de $x^2 + (-a - 1)x + a + 4]$ sejam imaginárias.

$\Delta < 0$

$(-a - 1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (a + 4) < 0$

$a^2 + 2a + 1 - 4a - 16 < 0$

$a^2 - 2a - 15 < 0$



$-3 < a < 5$

45) D

$2x^3 + x^2 - 7x - 6 = 0$

$x = 2$ é raiz.

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & 2 & 1 & -7 & -6 \\ \hline & 2 & 5 & 3 & 0 \end{array}$$

$Q(x) = 2x^2 + 5x + 3$

Resolvendo $Q(x) = 0$, temos:

$x' = -1;\ x'' = -\dfrac{3}{2}$

46) $P(x) = x^3 - x^2 + x + a$

$P(1) = 0$

$1 - 1 + 1 + a = 0 \Rightarrow a = -1$

$P(x) = x^3 - x^2 + x - 1$

Como 1 é raiz, usamos Briott-Rufinni.

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ \hline & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

$Q(x) = x^2 + 1$

Resolvendo $Q(x) = 0$, obtemos:

$x' = i;\ x'' = -i$

$S = \{1, i, -i\}$

47) $x^3 - 12x^2 + 41x - 42 = 0$

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & 1 & -12 & 41 & -42 \\ \hline & 1 & -10 & 21 & 0 \end{array}$$

$Q(x) = x^2 - 10x + 21$

$x' = 3;\ x'' = 7$

$S = \{2, 3, 7\}$

48) $x^3 + x^2 - 3x - 3 = 0$

$$\begin{array}{c|cccc} -1 & 1 & 1 & -3 & -3 \\ \hline & 1 & 0 & -3 & 0 \end{array}$$

$Q(x) = x^2 - 3$

$x' = \sqrt{3}\ ;\ x'' = -\sqrt{3}$

$S = \left\{-1, \sqrt{3}, -\sqrt{3}\right\}$

49) $x^3 - 7x + 6 = 0$

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & 0 & -7 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

$Q(x) = x^2 + x - 6$

$x' = -3;\ x'' = 2$

$S = \{1, -3, 2\}$

50) $P(x) = 2x^4 - 9x^3 + 6x^2 + 11x - 6$

-1 e 2 são raízes.

$$\begin{array}{c|ccccc} -1 & 2 & -9 & 6 & 11 & -6 \\ \hline 2 & 2 & -11 & 17 & -6 & 0 \\ \hline & 2 & -7 & 3 & 0 & \end{array}$$

$Q(x) = 2x^2 - 7x + 3$

$x' = 3;\ x'' = \dfrac{1}{2}$

$S = \left\{-1, 2, 3, \dfrac{1}{2}\right\}$

$P(x) = 2(x + 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3) \cdot \left(x - \dfrac{1}{2}\right)$

51) $P(x) = x^3 + mx^2 + x - 6$

a) 1 é raiz $\Rightarrow$ $P(1) = 0$

$1 + m + 1 - 6 = 0$

$m = 4$

b) $P(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & 4 & 1 & -6 \\ \hline & 1 & 5 & 6 & 0 \end{array}$$

$Q(x) = x^2 + 5x + 6$

$x' = -2;\ x'' = -3$

$S = \{1, -2, -3\}$

$P(x) = (x - 1) \cdot (x + 2) \cdot (x + 3)$

52) C

$x^4 - x^3 - 3x^2 + 5x - 2 = 0$

1	1	−1	−3	5	−2	
1	1	0	−3	2	0	$\rightarrow R_1 = 0$
1	1	1	−2	0		$\rightarrow R_2 = 0$
1	1	2	0			$\rightarrow R_3 = 0$
	1	3				$\rightarrow R_4 \neq 0$

Como obtivemos três restos nulos, a multiplicidade da raiz x = 1 é três.

53) $x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 16x + 16 = 0$

−2	2	−1	−13	−6
3	2	−5	−3	0
	2	1	0	

$Q(x) = x^2 + 4$
$x' = -2i;\ x'' = 2i$
$S = \{2, -2i, 2i\}$

54) 07

01. **Correta**.

$P(x) = 2 - 3mx + x^2$
$P(-1) = 0$
$2 + 3m + 1 = 0$
$3m = -3$
$m = -1$

02. **Correta**.

$P(x) = x^n - a^n$
$P(a) = a^n - a^n = 0$

04. **Correta**.

$P(x) = x^4 + 3x^3 - x^2 - 3x =$
$= x^3 . (x + 3) - x . (x + 3) =$
$= (x + 3) . (x^3 - x) =$
$= (x + 3) . (x) . (x^2 - 1) =$
$= x . (x + 3) . (x - 1) . (x + 1)$
$G(x) = x . (x - 1) . (x + 3)$

$$\frac{P(x)}{G(x)} = \frac{\cancel{x} . \cancel{(x+3)} . \cancel{(x-1)} . (x+1)}{\cancel{x} . \cancel{(x-1)} . \cancel{(x+3)}} = x + 1$$

08. **Incorreta**.

$x^3 - 10x^2 + 34x - 40 = 0$

Independentemente das raízes,

a soma é $-\dfrac{b}{a} = 10$.

16. **Incorreta**.

$3x^3 - 2x^2 + (p - 1)x + p^2 - 1 = 0$
$p = 1$
$3x^3 - 2x^2 = 0$
$x^2 . (3x - 2) = 0$
$(x - 0) . (x - 0) . (3x - 2) = 0$
Zero é raiz dupla.

55) D

56) $x^2 + px + q = 0$

Se 1 + 4i é raiz, então 1 – 4i também é.

$\text{Soma} = -\dfrac{b}{a} = -p$

$-p = 1 + 4i + 1 - 4i$
$-p = 2$
$p = -2$

$\text{Produto} = \dfrac{c}{a} = q$

$q = (1 + 4i) . (1 - 4i)$
$q = 1 + 16$
$q = 17$
Logo, $q - p = 17 - (-2) = 19$

57) E

$ax^2 - 4x - 16 = 0$
Substituindo x = 4, temos:
$16a - 16 - 16 = 0$
$16a = 32$
$a = 2$
$2x^2 - 4x - 16 = 0 \quad \div 2$
$x^2 - 2x - 8 = 0$

Soma
$x' + x'' = 2$
$4 + x'' = 2$
$x'' = -2$

58) A

$ax^2 + ax + 1 = 0$
Seja **r** a raiz de multiplicidade 2.
Então:
$ax^2 + ax + 1 = a . (x - r)^2 =$
$= a . (x^2 - 2xr + r^2) =$
$= ax^2 - 2arx + ar^2 =$
$= -2\cancel{a}r = \cancel{a}$

$r = -\dfrac{1}{2}$

e
$ar^2 = 1$

$\dfrac{a}{4} = 1$

$a = 4$

59) C

$x^3 - 6x^2 - m^2x + 30 = 0$
$x_1 + x_2 = 1$

Soma

$\underbrace{x_1 + x_2} + x_3 = 6$

$1 + x_3 = 6$
$x_3 = 5$

Substituindo, temos:
$125 - 6 \cdot 25 - m^2 \cdot 5 + 30 = 0$
$125 - 150 - 5m^2 + 30 = 0$
$-5m^2 = -5$
$m^2 = 1$
$m = \pm 1$

60) B
$x^3 - x^2 + 3x - 3 = 0$
$x^2 \cdot (x - 1) + 3 \cdot (x - 1) = 0$
$(x^2 + 3) \cdot (x - 1) = 0$
$x^2 + 3 = 0$
$x^2 = -3$
$x = \pm \sqrt{3}\, i$
ou
$x - 1 = 0$
$x = 1$
$S = \{1, \pm \sqrt{3}\, i\}$

61) $2x^3 - 17x^2 + 32x - 12 = 0$
Raízes: $x_1, x_2, \frac{1}{2}$
$x_1 + x_2 + \frac{1}{2} = \frac{17}{2}$
$x_1 + x_2 = \frac{17}{2} - \frac{1}{2}$
$x_1 + x_2 = \frac{16}{2}$
$x_1 + x_2 = 8$

62) C
$2x^3 - x^2 + kx + t = 0$
$x_1 + x_2 + x_3 = \frac{1}{2}$
$-2 + 3 + x_3 = \frac{1}{2}$
$x_3 = \frac{1}{2} - 1$
$x_3 = -\frac{1}{2}$

63) C
$x^3 - 6x^2 - x + 30 = 0$
$a + b + 5 = 6$
$a + b = 1$

64) C
$x^3 - 9x^2 + 24x - 20 = 0$
$\text{Produto} = -\left(\frac{-20}{1}\right) = 20$

65) D
$9x^3 - 3x - 10 = 0$
Raízes: p, q , 2
Usando Ruffinni, obtemos:

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & 9 & 0 & -31 & -10 \\ \hline & 9 & 18 & 5 & 0 \end{array}$$

$9x^2 + 18x + 5 = 0$ tem **p** e **q** como raízes.
Soma: $p + q = -2$
Produto: $p \cdot q = \frac{5}{9}$
$p + q = -2$
$(p + q)^2 = (-2)^2$
$p^2 + 2pq + q^2 = 4$
$p^2 + q^2 = 4 - 2pq$
$p^2 + q^2 = 4 - 2 \cdot \frac{5}{9}$
$p^2 + q^2 = 4 - \frac{10}{9}$
$p^2 + q^2 = \frac{26}{9}$

66) E
$x^3 + mx^2 - 6x + 1 = 0$
Raízes opostas: $x_1 = r$; $x_2 = -r$
Soma: $-m$
$x_3 + r - r = -m$
$x_3 = -m$
Substituindo essa raiz na equação, temos:
$-\cancel{m^3} + \cancel{m^3} + 6m + 1 = 0$
$m = -\frac{1}{6}$

67) $P(x) = x^3 - 3x^2 + m$
a) Raízes: P.A. $(x - r, x, x + r)$
Soma = 3
$x - \cancel{r} + x + x + \cancel{r} = 3$
$3x = 3$
$x = 1$
Substituindo em P(x), encontramos:
$1 - 3 + m = 0$
$m = 2$
b) $x^3 - 3x^2 + 2 = 0$
Por Ruffinni, temos:

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & -3 & 0 & 2 \\ \hline & 1 & -2 & -2 & 0 \end{array}$$

$x^2 - 2x - 2 = 0$
$\Delta = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 12$
$x = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2}$

$$x = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$x = 1 \pm \sqrt{3}$

$S = \{1, 1 \pm \sqrt{3}\}$

68) $x^3 - 12x^2 - 16x + 192 = 0$

Raízes: $x - r, x, x + r$

Soma = 12

$x - \cancel{r} + x + x + \cancel{r} = 12$

$3x = 12$

$x = 4$

Baixando o grau, obtemos:

$$\begin{array}{c|cccc} 4 & 1 & -12 & -16 & 192 \\ \hline & 1 & -8 & -48 & 0 \end{array}$$

$x^2 - 8x - 48 = 0$

$x' = 12; x'' = -4$

$S = \{-4, 4, 12\}$

69) C

$x^3 - 6x^2 + kx + 64 = 0$

Raízes: $\frac{x}{q}$, x, xq

Produto: –64

$\frac{x}{\cancel{q}} \cdot x \cdot x\cancel{q} = -64$

$x^3 = -64$

$x = -4$

Substituindo na equação, obtemos:

$-\cancel{64} - 6 \cdot 16 - 4k + \cancel{64} = 0$

$-96 = 4k$

$k = -24$

70) 06

01. **Incorreta**.

$P(x) = 2x^4 - 5x^3 + 5x^2 - 5x - 3$

Substituindo x = 1, temos:

$P(1) = 2 - 5 + \cancel{5} - \cancel{5} - 3 = -6$

Seria raiz se P(1) = 0.

02. **Correta**.

$x^3 + ax^2 + bx + 3 = 0$

As relações de Girard são satisfeitas com 1, –1, 3.

$x_1 + x_2 + x_3 = -a$

$\cancel{1} - \cancel{1} + 3 = -a$

$a = -3$

$x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 = b$

$1 \cdot (-1) + 1 \cdot 3 + (-1) \cdot 3 = b$

$-1 + \cancel{3} - \cancel{3} = b$

$b = -1$

$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 1 \cdot (-1) \cdot 3 = -3$

Conclusão: Se tomarmos a = –3 e b = –1, os números 1, –1 e 3 serão raízes da equação $x^3 + ax^2 + bx + 3 = 0$.

04. **Correta**.

$x^3 + 3x - 2$ tem grau ímpar e todos os coeficientes são reais.

08. **Incorreta**.

$f(x) = x^3 + mx - 5$

Para m = 4, encontramos:

$f(x) = x^3 + 4x - 5$

$f(3) = 27 + 12 - 5 \neq 0$

Logo, f(x) não é divisível por x – 3.

71) C

$x^3 - 8px^2 + x - q = 0$

Raízes: $x_1 = 1; x_2 = 1; x_3 = r$

Utilizando Girard, temos:

$x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 = 1$

$1 \cdot 1 + 1 \cdot r + 1 \cdot r = 1$

$2r = 0$

$r = 0$

$x_1 + x_2 + x_3 = 8p$

$1 + 1 + 0 = 8p$

$p = \frac{1}{4}$

72) E

$x^3 - 5x^2 + ax + b = 0$

Raízes: $x_1 = 2; x_2 = 2; x_3 = r$

Empregando Girard, obtemos:

$x_1 + x_2 + x_3 = 5$

$2 + 2 + r = 5$

$r = 1$

$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -b$

$2 \cdot 2 \cdot 1 = -b$

$b = -4$

Substituindo x = 1, encontramos:

$1 - 5 + a + b = 0$

$-4 + a - 4 = 0$

$a = 8$

Logo, $\frac{b}{a} = \frac{8}{-4} = -2$

73) B

$x^4 - x^3 - 4x^2 + 4x = 0$

Soma: $-\frac{b}{a} = 1$

74) B

$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

Raízes:

$x_1 = 2 - i$

$x_2 = 2 + i$

$x_3 = 3 + 2i$

$x_4 = 3 - 2i$

$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = d$

$(2 - i) \cdot (2 + i) \cdot (3 + 2i) \cdot (3 - 2i) = d$

$5 \cdot 13 = d$

$65 = d$

75) D

$2x^4 - 7x^3 + 8x^2 - 2x - 4 = 0$

Raízes

$x_1 = 1 - i$

$x_2 = 1 + i$

$$\left.\begin{matrix} x_3 = p \\ x_4 = q \end{matrix}\right\} \text{reais}$$

$$x_1 \,.\, x_2 \,.\, x_3 \,.\, x_4 = -\frac{4}{2}$$

$(1 - i) \,.\, (1 + i) \,.\, p \,.\, q = -2$

$(1 + i) \,.\, p \,.\, q = -2$

$2p \,.\, q = -2$

$p \,.\, q = -1$

76) E

$P(x) = cx^3 + ax^2 + bx + 2c$

Raízes

$x_1 = -1$

$x_2 = 1$

$x_3 = r$

$$x_1 \,.\, x_2 \,.\, x_3 = -\frac{2\cancel{c}}{\cancel{c}}$$

$-1 \,.\, 1 \,.\, x_3 = -2$

77) B

$4x^3 - 3x^2 + 4x - 3 = 0$

$x_1 = i$

$x_2 = -i$

$x_3 = r$

$$\text{Soma: } \frac{3}{4}$$

$$\cancel{i} - \cancel{i} + r = \frac{3}{4}$$

$$r = \frac{3}{4}$$

78) Na equação $2x^3 - 30x^2 + 15x - 3 = 0$, temos:

$$a + b + c = 15 \text{ e } abc = \frac{3}{2}$$

Logo:

$$\log\left[\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac}\right] = \log\left[\frac{c + a + b}{abc}\right] =$$

$$= \log = \left[\frac{15}{\frac{3}{2}}\right] = \log 10 = 1$$

79) 11