

Matemática A – Semi-Extensivo – V. 2

Exercícios

- 01) a) É função.
 b) Não é função, pois $f(1) = 4$ e $f(1) = 6$.
 c) É função.
 d) Não é função. Existe uma reta paralela ao eixo y que corta o gráfico em 2 pontos.
 e) Não é função. Veja a justificativa anterior.
 f) É função.
- 02) Domínio: $[-4, 8]$
 Imagem: $[-3, 5]$
- 03) 20
01. **Incorreta.**
 $n(B \times A) = n(B) \cdot n(A) = 2 \cdot 3 = 6$
 $n(B^2) = n(B \times B) = 2 \cdot 2 = 4$
02. **Incorreta.**
 Se $x = 5$, então $y = 11$.
 Mas $y = 11 \notin B$.
04. **Correta.**
 $f(1) \cdot f(2) \cdot f(37) = 0 \cdot f(2) \cdot f(37) = 0$
08. **Incorreta.**
 Se $f(0) = 2$, então $c = 2$.
 $f(1) = 3$
 $a + 4 + b + 2 = 3$
 $a + b = -3$
 $f(2) = 24$
 $8a + 16 + 2b + 2 = 24$
 $8a + 2b = 6$
- $$\begin{cases} a + b = -3 & \times (-2) \\ 8a + 2b = 6 \end{cases}$$
- $$\begin{cases} -2a - 2b = 6 \\ 8a + 2b = 6 \end{cases} \oplus$$
- $$6a = 12$$
- $$a = 2$$
- $$b = -5$$
- $$f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 5x + 2$$
- $$f(-1) = -2 + 4 + 5 + 2 = 9$$
16. **Correta.**
 $6 - x \geq 0$
 $-x \geq -6$
 $x \leq 6$
 e
 $15 - 3x \neq 0$
 $x \neq 5$
32. **Incorreta.**
 $f(\sqrt{3}) = 3 \cdot (\sqrt{3})^2 - 2 = 7$
 $f(-2) = 3 - 2 \cdot (-2) = 7$
 $f\left(\frac{1}{2}\right) = 3 - 2 \cdot \frac{1}{2} = 2$
 $E = 7 - 7 + 3 \cdot 2 = 6$
- 04) D
 Conceito de função.
- 05) C
 $f(x) = x^2 - 3x + 2$
 $f(1) = 0 \in B$
 $f(2) = 0 \in B$
- 06) D
 Definição de função.
 Nas alternativas **a, b, c, e**, obtemos retas paralelas ao eixo y que cortam os gráficos em mais de um ponto.
- 07) A
 Retas paralelas ao eixo y cortam os gráficos em mais de um ponto.
- 08) E
 Imagem = projeção no eixo y
 $Im = [-2, 3]$
- 09) A
 $2x^2 + 5x - 3 \neq 0$
 $x' \neq -3$
 $x'' \neq \frac{1}{2}$
- 10) E
 a) **Incorreta.** O máximo ocorreu em outubro.
 b) **Incorreta.** $200 + 800 + 700 + 1200 + 700 + 1000 = 4600$
 c) **Incorreta.** A diferença entre outubro e fevereiro foi de $1200 - 100 = 1100$.
 d) **Incorreta.** Em fevereiro ocorreu o mínimo.
 e) **Correta.** $J + A + S = 200 + 800 + 700 = 1700$
- 11) $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 2 = \frac{1 - 2 + 8}{4} = \frac{7}{4}$
 $g(-1) = 6 + \frac{3}{5} = \frac{33}{5}$
 $f\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{4} \cdot g(-1) =$
 $= \frac{7}{4} + \frac{5}{4} \cdot \frac{33}{5} = \frac{40}{4} = 10$
- 12) E
 a) **Incorreta.** Se $x = 6, y \neq 2,2$.
 b) **Incorreta.** Se $x = 6, y \neq 2,2$.
 c) **Incorreta.** Se $x = 1, y \neq 1,2$.
 d) **Incorreta.** Se $x = 6, y \neq 2,2$.

13) a) $f(-1) = 3$

$$-2 + k = 3 \Rightarrow k = 5$$

b) $f\left(-\frac{5}{2}\right) = 2 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) + 5 = 0$

c) $f(f(2)) = f(2 \cdot 2 + 5)$
 $= f(9) = 2 \cdot 9 + 5 = 23$

14) B

$$f(2) = \frac{2 + 4}{4 - 4 + 1} = 6$$

$$f(-2) = \frac{-2 + 4}{4 + 4 + 1} = \frac{2}{9}$$

$$h(2) = \frac{f(2) + f(-2)}{1 + f(2) \cdot f(-2)} = \frac{6 + \frac{2}{9}}{1 + \cancel{2} \cdot \frac{2}{\cancel{9}}} = \frac{\frac{56}{9}}{1 + \frac{4}{3}} =$$

$$= \frac{\frac{56}{9}}{\frac{7}{3}} = \frac{56}{9} \cdot \frac{3}{7} = \frac{8}{3}$$

15) $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 3 = 5$

$$f(0) = -4 \cdot 0 + 3 = 3$$

$$f(3) = 3 + 5 = 8$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) + f(0) + f(3) = 16$$

16) C

$$f(2) = 1$$

$$f(\sqrt{2}) = 0$$

$$f(2 - 2\sqrt{2}) = 0$$

$$f(2) + f(\sqrt{2}) - f(2 - \sqrt{2}) = 1 + 0 + 0 = 1$$

17) E

$$f(x) = \frac{1-x}{x}$$

$$q(x) = \frac{f(-x) - f(x)}{-f(-x)} =$$

$$= \frac{\frac{1+x}{-x} - \frac{1-x}{x}}{-\frac{1+x}{-x}} = \frac{\frac{-1-x - 1-x}{x}}{\frac{1+x}{x}} =$$

$$= \frac{-2}{\frac{1+x}{x}} = \frac{-2}{x} \cdot \frac{x}{1+x} = \frac{-2}{1+x}$$

18) $f(x + 1) = 2f(x) - 15$

$$x = 0$$

$$f(1) = 2 \cdot f(0) - 15$$

$$43 = 2 \cdot f(0) - 15$$

$$58 = 2 \cdot f(0)$$

$$f(0) = 29$$

19) D

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$x \in A$$

$$y \in A$$

$$y = 2x - 1$$

Pares ordenados:

$$(1, 1)$$

$$(2, 3)$$

$$(3, 5)$$

$$(4, 7)$$

$$(5, 9)$$

$$\text{Domínio: } \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\text{Imagem: } \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

20) C

Em **a**, **b**, **d** existem retas paralelas ao eixo **y** que tocam o gráfico em mais de um ponto.

Em **e** há elementos do domínio sem imagem.

21) D

Como $f(2) = 0$, temos $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) = 0$.

22) $h\left(\frac{1}{2}\right) = 7 - \frac{1}{2} = \frac{13}{2}$

$$g(4) = 16 + 8 - 1 = 23$$

$$f(-1) = -3 + 5 = 2$$

$$\frac{4 \cdot \left[h\left(\frac{1}{2}\right) - g(4)\right]}{f(-1)} = \frac{4 \cdot \left[\frac{13}{2} - 23\right]}{2} =$$

$$= 2 \cdot \left[\frac{-33}{2}\right] = -33$$

$$\text{Em módulo: } |-33| = 33$$

23) D

$$f(x) = \begin{cases} x, & x = 8 \\ 2x - 1, & x \leq 7 \end{cases}$$

$$834 - 5218$$

$$f(8) = 8$$

$$f(3) = 5$$

$$f(4) = 7$$

$$f(5) = 9$$

$$f(2) = 3$$

$$f(1) = 1$$

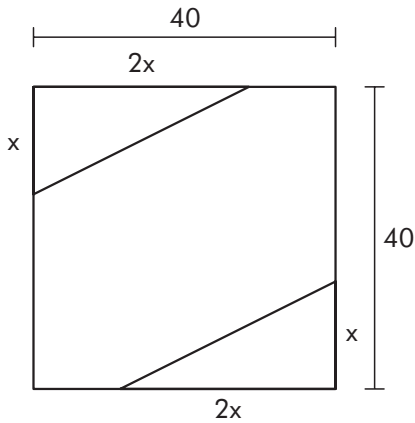
$$f(8) = 8$$

$$\text{Novo número: } 8579318$$

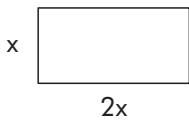
24) E

$$f(-2) + f(2) + f(4) = 5 + 2 + 5 = 12$$

25) E



Os dois triângulos formarão o retângulo:



cuja área é $2x^2$.

Área para pipas
 $40^2 - 2x^2 = 1600 - 2x^2$

26) B

Tirando 3%, restam 97%. Assim, o valor será de:

$$(97\%) \cdot x = \frac{97}{100} \cdot x = 0,97x$$

27) B

$$f(x) = x^3$$

$$\begin{aligned} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{4h} &= \frac{(x+h)^3 - (x-h)^3}{4h} = \\ &= \frac{x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 - (x^3 - 3x^2h + 3xh^2 - h^3)}{4h} = \\ &= \frac{6x^2h + 2h^3}{4h} = \frac{2h(3x^2 + h^2)}{4h} = \frac{3x^2 + h^2}{2} \end{aligned}$$

28) D

$$f(a+b) = f(a) \cdot f(b)$$

Para $a = b = 1$, temos:

$$f(1+1) = f(1) \cdot f(1)$$

$$f(2) = [f(1)]^2$$

Para $a = 2$ e $b = 1$, encontramos:

$$f(2+1) = f(2) \cdot f(1)$$

$$f(3) = [f(1)]^2 \cdot f(1)$$

$$f(3) = [f(1)]^3$$

29) D

$$f(2x+3) = 3x+2$$

Queremos aplicar na função a expressão $3y+2$. Fazendo $2x+3 = 3y+2$, temos:

$$2x = 3y - 1$$

$$x = \frac{3y-1}{2}$$

$$\text{Assim, } f(3y+2) = 3 \cdot \frac{3y-1}{2} + 2 =$$

$$= \frac{9y-3}{2} + 2 = \frac{9y-3+4}{2} = \frac{9y+1}{2} = \frac{9y}{2} + \frac{1}{2}$$

30) B

$$f(n+1) = f(n) + 2$$

$$f(0) = 1$$

$$n = 0 \Rightarrow f(0+1) = f(0) + 2$$

$$f(1) = 3$$

$$n = 1 \Rightarrow f(1+1) = f(1) + 2$$

$$f(2) = 5$$

P.A. (3, 5, ...)

↑ ↑

f(1), f(2), ...

Assim:

$$f(200) = a_{200} = a_1 + 199r = 3 + 199 \cdot 2 = 401$$

31) $x_0 = 20$

$$\alpha = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{x}{2}$$

$$x_1 = f(x_0) = f(20) = 10$$

$$x_2 = f(x_1) = f(10) = 5$$

$$x_3 = f(x_2) = f(5) = \frac{5}{2}$$

⋮

$$x_0 + x_1 + x_2 + \dots$$

$$= 20 + 10 + 5 + \dots$$

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-q} = \frac{20}{1-\frac{1}{2}} = \frac{20}{\frac{1}{2}} = 40$$

32) $f(x) = mx + n$

$$f(5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 5m + n = 0 & \times (-1) \end{cases}$$

$$f(-2) = -63 \Rightarrow \begin{cases} -2m + n = -63 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5m - n = 0 \\ -2m + n = -63 \end{cases} \oplus$$

$$-7m = -63$$

$$m = 9$$

$$n = -45$$

$$f(x) = 9x - 45$$

$$f(16) = 9 \cdot 16 - 45 = 99$$

33) 13

$$f(x) = ax + b$$

$$f(-1) = 4 \Rightarrow \begin{cases} -a + b = 4 & \times (-1) \end{cases}$$

$$f(2) = 7 \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b = -4 \\ 2a + b = 7 \end{cases} \oplus$$

$$3a = 3$$

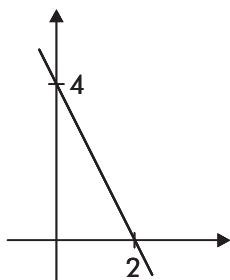
$$a = 1$$

$$b = 5$$

$$f(x) = x + 5$$

$$f(8) = 13$$

34) B



$$f(x) = ax + b$$

$$f(0) = 4 \Rightarrow b = 4$$

$$f(2) = 0$$

$$2a + b = 0$$

$$2a + 4 = 0$$

$$a = -2$$

$$a + b = 2$$

35) B

$$f(x) = ax + b$$

$$f(0) = 1 + f(1)$$

$$b = 1 + a + b \Rightarrow a = -1$$

$$f(-1) = 2 - f(0)$$

$$-a + b = 2 - b$$

$$1 + b = 2 - b$$

$$2b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = -x + \frac{1}{2}$$

$$f(3) = -3 + \frac{1}{2} = \frac{-5}{2} = -2,5$$

36) C

$$y = (m - 4) \cdot x + n$$

$$m - 4 = 0$$

$$m = 4$$

$$n \in \mathbb{R}$$

37) B

$$y = mx + n$$

$$A(1, 1) \Rightarrow \begin{cases} m + n = 1 & \times (-1) \\ 3m + n = -2 \end{cases}$$

$$B(3, -2) \Rightarrow \begin{cases} m + n = 1 & \times (-1) \\ 3m + n = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -m - n = -1 \\ 3m + n = -2 \end{cases} \oplus$$

$$2m = -3$$

$$m = -\frac{3}{2}$$

$$n = \frac{5}{2}$$

38) B

- I. **Incorreta.** $f(7) = f(15) = f(20) = 36$
- II. **Incorreta.** De 12 h às 15 h, a temperatura diminuiu.
- III. **Correta.** A função é constante nesse intervalo.
- IV. **Correta.**

$$f(12) = 39$$

$$f(15) = 36$$

$$f(x) = ax + b$$

$$\begin{cases} 12a + b = 39 & \times (-1) \\ 15a + b = 36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -12a - b = -39 \\ 15a + b = 36 \end{cases} \oplus$$

$$3a = -3$$

$$a = -1$$

$$b = 51$$

$$f(x) = -x + 51$$

$$f(13) = -13 + 51 = 38$$

39) C

De 30 a 50, a função é do 1º grau.

$$f(x) = ax + b$$

$$f(30) = 15 \Rightarrow \begin{cases} 30a + b = 15 & \times (-1) \\ 50a + b = 40 \end{cases}$$

$$f(50) = 40 \Rightarrow \begin{cases} 30a + b = 15 & \times (-1) \\ 50a + b = 40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -30a - b = -15 \\ 50a + b = 40 \end{cases} \oplus$$

$$20a = 25$$

$$a = \frac{5}{4}$$

$$30a + b = 15$$

$$30 \cdot \frac{5}{4} + b = 15$$

$$b = 15 - \frac{75}{2}$$

$$b = \frac{-45}{2}$$

$$f(x) = \frac{5}{4}x - \frac{45}{2}$$

$$f(40) = \frac{5}{4} \cdot 40 - \frac{45}{2} = 50 - 22,5 = 27,5$$

40) E

Atleta B

$$f(x) = ax$$

$$f(10) = 500 \Rightarrow 10a = 500$$

$$a = 50$$

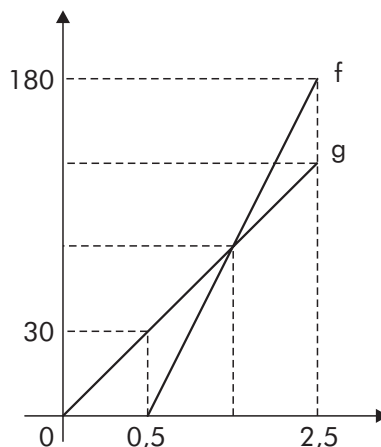
$$\Rightarrow f(x) = 50x$$

$$f(20) = 1000 \text{ m} = 1 \text{ km}$$

41) B

$$\begin{aligned}
 f(x) &= ax + b \\
 f(0) &= 1 \Rightarrow b = 1 \\
 f(-1) &= 0 \Rightarrow -a + b = 0 \\
 -a + 1 &= 0 \Rightarrow a = 1 \\
 f(x) &= x + 1 \\
 g(x) &= ax + b \\
 g(0) &= 3 \Rightarrow b = 3 \\
 g(3) &= 0 \Rightarrow 3a + b = 0 \\
 3a + 3 &= 0 \\
 a &= -1 \\
 g(x) &= -x + 3 \\
 f(1) &= 2 \\
 g(1) &= 2 \\
 f(1) &= g(1)
 \end{aligned}$$

44) D



42) E

t	R\$
0	800
5	160

$$\begin{aligned}
 f(x) &= ax + b \\
 f(0) &= 800 \Rightarrow b = 800 \\
 f(5) &= 160 \Rightarrow 5a + b = 160 \\
 5a + 800 &= 160 \\
 5a &= -640 \\
 a &= -128 \\
 f(x) &= -128x + 800 \\
 f(3) &= -128 \cdot 3 + 800 = 416
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g(x) &= ax \\
 g(0,5) &= 30 \\
 0,5a &= 30 \\
 a &= 60 \\
 g(x) &= 60x \\
 f(x) &= ax + b \\
 f(0,5) &= 0 \Rightarrow \begin{cases} 0,5a + b = 0 & \times (-1) \\ f(2,5) = 180 \Rightarrow \begin{cases} 2,5a + b = 180 \end{cases} \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 0,5a - b = 0 \\ 2,5a + b = 180 \end{cases} \oplus$$

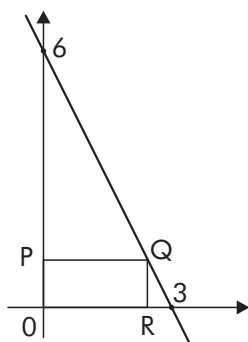
$$\begin{aligned}
 2a &= 180 \\
 a &= 90 \\
 b &= -45
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 90x - 45 \\
 f(x) &= g(x) \\
 90x - 45 &= 60x \\
 30x &= 45
 \end{aligned}$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$g\left(\frac{3}{2}\right) = 60 \cdot \frac{3}{2} = 90 \text{ km}$$

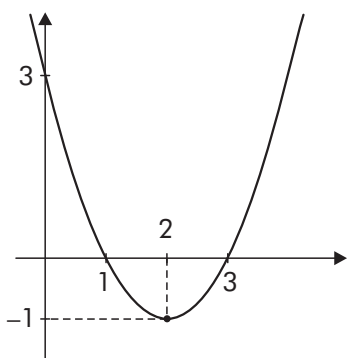
43) D



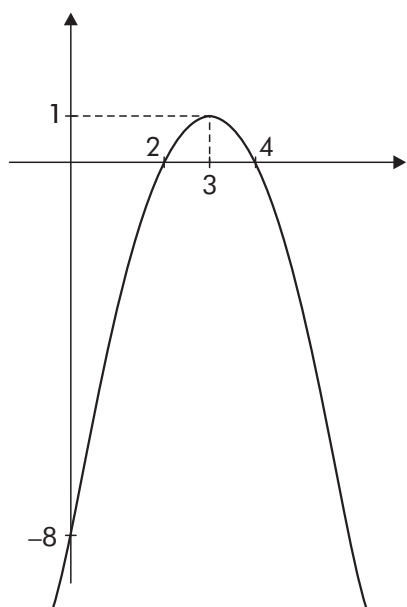
$$\begin{aligned}
 f(x) &= ax + b \\
 f(0) &= 6 \Rightarrow b = 6 \\
 f(3) &= 0 \Rightarrow 3a + b = 0 \\
 3a + 6 &= 0 \\
 a &= -2 \\
 f(x) &= -2x + 6 \\
 \text{O ponto Q tem coordenadas } (x, y) &= (x, -2x + 6). \\
 \text{A abscissa de R é a mesma de Q.}
 \end{aligned}$$

$$S = \overline{OR} \cdot \overline{RQ} = x \cdot (-2x + 6) = -2x^2 + 6x$$

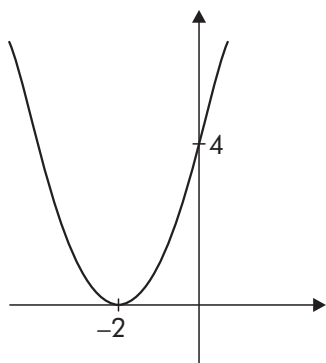
$$\begin{aligned}
 45) a) f(x) &= x^2 - 4x + 3 \\
 x' &= 3; x'' = 1 \\
 x_v &= \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \\
 y_v &= f(x_v) = f(2) = -1
 \end{aligned}$$



$Im = [-1, +\infty)$
 b) $f(x) = -x^2 + 6x - 8$
 $x' = 2; x'' = 4$
 $x_v = 3$
 $y_v = f(x_v) = f(3) = 1$

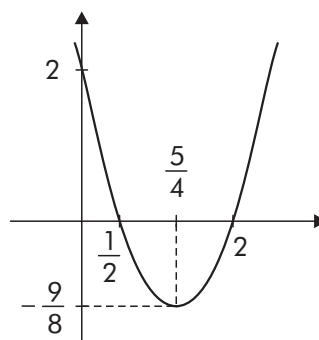


$Im = (-\infty, 1]$
 c) $f(x) = x^2 + 4x + 4$
 $x' = x'' = -2$
 $x_v = -2; y_v = 0$



$Im = [0, +\infty)$
 d) $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$
 $x' = \frac{1}{2}; x'' = 2$

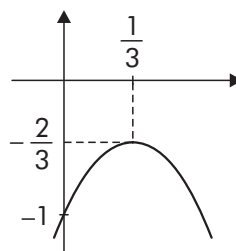
$x_v = \frac{5}{4}; y_v = -\frac{9}{8}$



$Im = \left[-\frac{9}{8}, +\infty\right)$

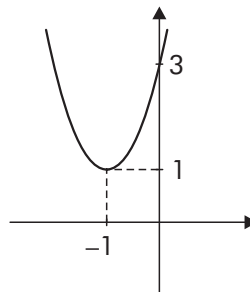
e) $f(x) = -3x^2 + 2x - 1$
 $\Delta = 4 - 4 \cdot (-3) \cdot (-1) = 4 - 12 = -8 < 0$
 Não tem raízes reais.

$x_v = \frac{1}{3}$
 $y_v = \frac{-\Delta}{4a} = -\frac{2}{3}$



$Im = \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right]$

f) $f(x) = 2x^2 + 4x + 3$
 $\Delta = 16 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = -8 < 0$
 Não tem raízes reais.
 $x_v = -1; y_v = 1$



$Im = [1, +\infty)$

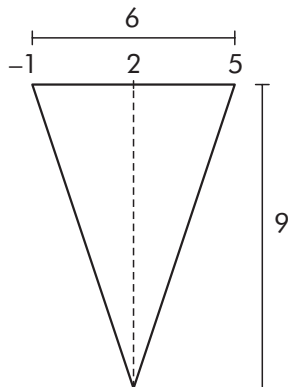
46) 58

01. **Falsa.** As raízes são -1 e 5, mas $\Delta > 0$.
 02. **Verdadeira.**

$x_v = \frac{-1+5}{2} = 2$
 $V = (2, -9)$

04. **Falsa.** $\text{Im} = [-9, +\infty)$

08. **Verdadeira.**



$$S = \frac{6 \cdot 9}{2} = 27$$

16. **Verdadeira.**

$$f(x) = a \cdot (x - 5) \cdot (x + 1)$$

Como $f(2) = -9$,

$$f(2) = a \cdot (2 - 5) \cdot (2 + 1) = -9$$

$$a \cdot (-3) \cdot (3) = -9$$

$$a = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = 1 \cdot (x - 5) \cdot (x + 1)$$

$$f(x) = x^2 - 4x - 5$$

$$a = 1; b = -4; c = -5$$

$$a + b + c = -8$$

32. **Verdadeira.**

$$f(0) - f(2) + f(-1) - f(5) = -5 - (-9) + 0 - 0 = 4$$

47) B

$$1 + f(x) = 0$$

$$1 + x^2 - 10x + 24 = 0$$

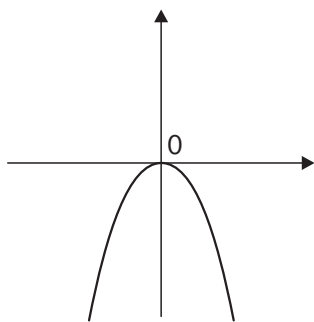
$$x^2 - 10x + 25 = 0$$

$$(x - 5)^2 = 0 \Rightarrow x = 5$$

48) 29

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = -x^2$$



01. **Verdadeira.**

02. **Falsa.** Cresce em $(-\infty, 0]$. Decresce em $[0, +\infty)$.

04. **Verdadeira.** $x' = x'' = 0$

08. **Verdadeira.**

16. **Verdadeira.** $\text{Im} = (-\infty, 0]$

32. **Falsa.** É simétrico em relação ao eixo y .

49) B

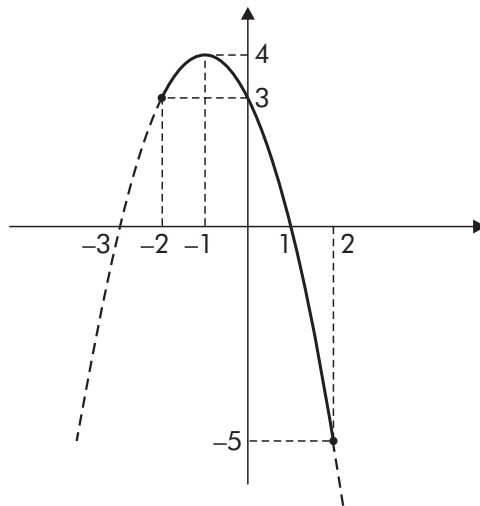
$$f(x) = -x^2 - 2x + 3; [-2, 2]$$

$$x' = 1; x'' = -3$$

$$x_V = \frac{1 - 3}{2} = -1; y_V = f(-1) = 4$$

$$f(-2) = 3$$

$$f(2) = -5$$



$$\text{Im} = [-5, 4]$$

50) B

$$L = -5x^2 + 60x - 100$$

Lucro máximo

$$y_V = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(3600 - 4 \cdot (-5) \cdot (-100))}{-20}$$

$$y_V = \frac{-1600}{-20} = 80$$

51) A

$$y = x^2 - mx + (m - 1)$$

Se tem um único ponto em comum com o eixo x , então:

$$\Delta = 0$$

$$m^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m - 1) = 0$$

$$m^2 - 4m + 4 = 0$$

$$(m - 2)^2 = 0 \Rightarrow m = 2$$

$$y = x^2 - 2x + 1$$

$$f(2) = 4 - 4 + 1 = 1$$

52) C

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$x' = x'' = 1$$

$$f(x) = a(x - 1) \cdot (x - 1)$$

$$f(0) = -1$$

$$a \cdot (0 - 1) \cdot (0 - 1) = -1$$

$$a = -1$$

$$f(x) = -1 \cdot (x - 1) \cdot (x - 1)$$

$$f(x) = -(x - 1)^2$$

$$f(x) = -x^2 + 2x - 1$$

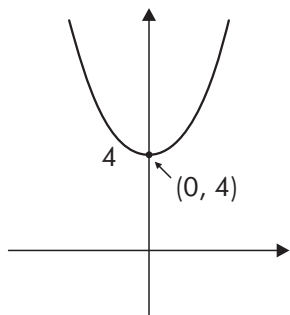
$$a = -1; b = 2; c = -1$$

53) B

$$y = ax^2 + bx + c$$

Se tem mínimo, então $a > 0$.

$$V(0, 4)$$



$$c = 4$$

$$x_v = 0$$

$$\frac{-b}{2a} = 0$$

$$-b = 0$$

$$b = 0$$

$$a > 0; b = 0; c = 4$$

54) D

$$x' = 2; x'' = -2$$

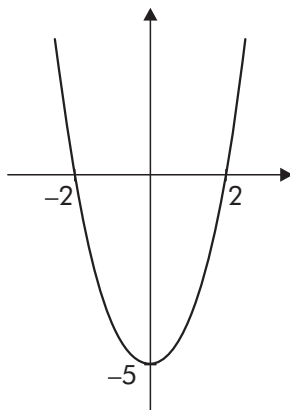
$$f(x) = a \cdot (x - 2) \cdot (x + 2)$$

$$f(0) = -5$$

$$a \cdot (0 - 2) \cdot (0 + 2) = -5$$

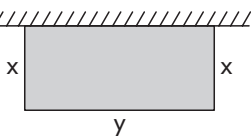
$$-4a = -5$$

$$a = \frac{5}{4}$$



$$f(x) = \frac{5}{4} \cdot (x - 2) \cdot (x + 2) = \frac{5}{4} \cdot (x^2 - 4) = \frac{5}{4}x^2 - 5$$

55)



a) Tela = 120

$$y + 2x = 120 \Rightarrow y = 120 - 2x$$

$$\text{Área} = x \cdot y = x \cdot (120 - 2x)$$

$$f(x) = -2x^2 + 120x$$

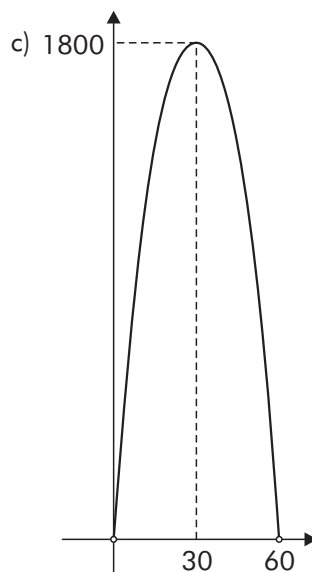
b) Como x e y são lados de um retângulo, $x > 0$ e $y > 0$.

$$y = 120 - 2x > 0$$

$$120 > 2x$$

$$60 > x$$

Logo, $0 < x < 60$.



$$f(x) = -2x^2 + 120x$$

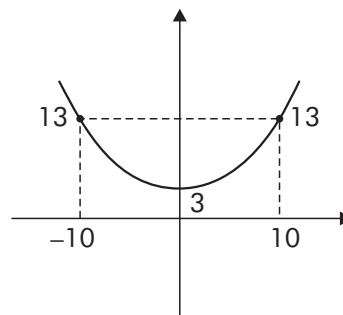
$$x' = 0; x'' = -4$$

$$x_v = 30$$

$$y_v = f(30) = 1800$$

d) Área máxima = $y_v = 1800$

56) E



$$c = 3$$

$$x_v = 0$$

$$\frac{-b}{2a} = 0$$

$$b = 0$$

$$f(x) = ax^2 + 3$$

$$f(10) = 13$$

$$100a + 3 = 13$$

$$100a = 10$$

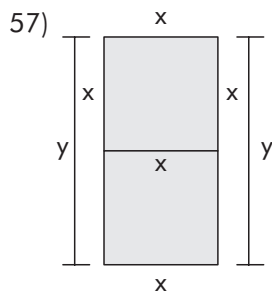
$$a = \frac{1}{10}$$

$$y = \frac{x^2}{10} + 3$$

$$\frac{10y}{10} = \frac{x^2 + 30}{10}$$

$$10y = x^2 + 30$$

59) B



a) $2x + 2y = 32$
 $x + y = 16$
 $y = 16 - x$

Área remanescente

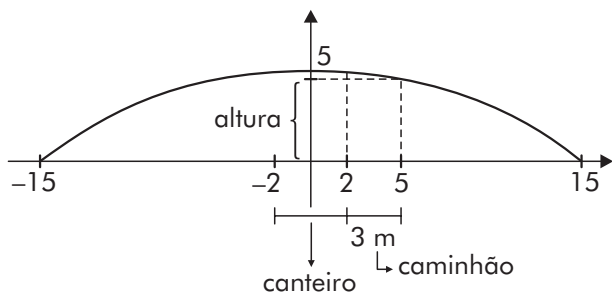
$$S = xy - x^2$$

$$S = x \cdot (16 - x) - x^2$$

$$S = -2x^2 + 16x$$

b) $x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-16}{-4} = 4$

58) D



$$x' = -15; x'' = 15$$

$$f(x) = a \cdot (x + 15) \cdot (x - 15)$$

$$f(x) = a \cdot (x^2 - 225)$$

$$f(0) = 5$$

$$a \cdot (0 - 225) = 5$$

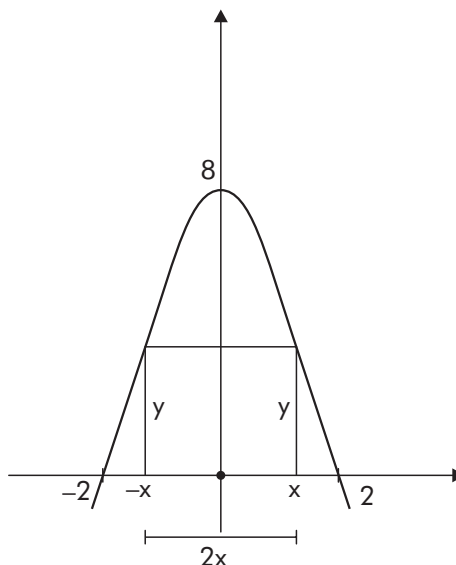
$$-225a = 5$$

$$a = -\frac{1}{45}$$

$$f(x) = -\frac{1}{45} \cdot (x^2 - 225)$$

A altura máxima do caminhão é:

$$f(5) = -\frac{1}{45} \cdot (25 - 225) = \frac{200}{45} \cong 4,44$$



$$f(x) = a \cdot (x - 2) \cdot (x + 2)$$

$$f(x) = a \cdot (x^2 - 4)$$

$$f(0) = 8$$

$$a \cdot (0 - 4) = 8$$

$$-4a = 8$$

$$a = -2$$

$$f(x) = -2 \cdot (x^2 - 4)$$

$$f(x) = -2x^2 + 8$$

Perímetro

$$2y + 4x$$

$$y = f(x) = -2x^2 + 8$$

Perímetro

$$g(x) = 2 \cdot (-2x^2 + 8) + 4x$$

$$g(x) = -4x^2 + 4x + 16$$

$$x_v = \frac{-4}{-8} = \frac{1}{2} = 0,5$$

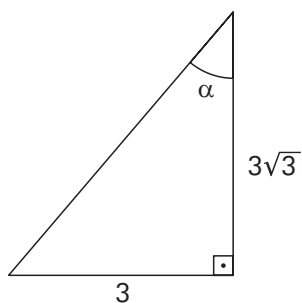
60) A

$$f(x) = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + 2\sqrt{3}x$$

$$x_v = \frac{-2\sqrt{3}}{-\frac{2\sqrt{3}}{3}} = 3$$

$$y_v = f(3) = \frac{-9\sqrt{3}}{3} + 6\sqrt{3}$$

$$y_v = 3\sqrt{3}$$



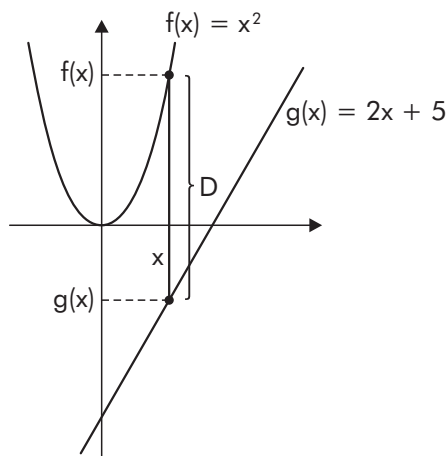
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{3\sqrt{3}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

61) A



$$D = f(x) - g(x)$$

$$D(x) = x^2 - (2x + 5)$$

$$D(x) = x^2 - 2x + 5$$

$$x_v = \frac{2}{2} = 1$$

Distância mínima

$$y_v = D(1) = 1 - 2 + 5 = 4$$

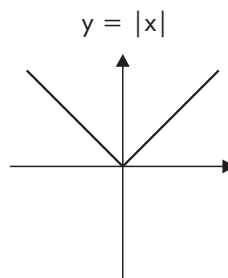
Escala 1 : 50

1 50

4 x

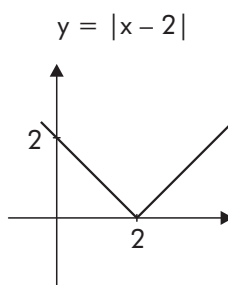
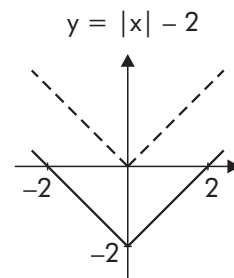
$$\Rightarrow x = 200 \text{ m}$$

62) a) $f(x) = |x| - 2$



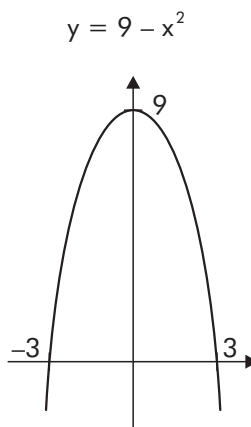
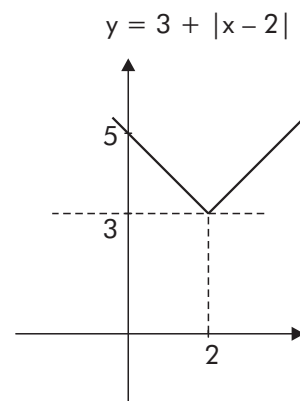
$\operatorname{Im} = [-2, +\infty)$

b) $f(x) = 3 + |x - 2|$



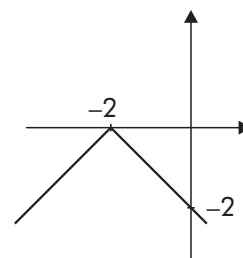
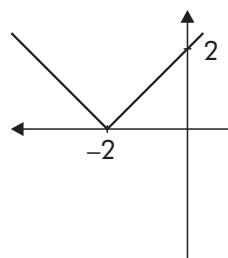
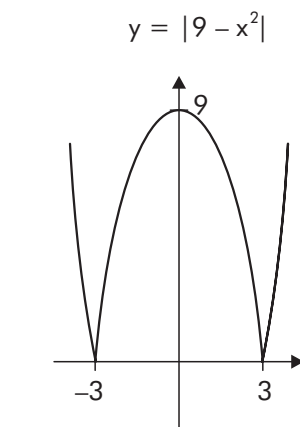
$\operatorname{Im} = [3, +\infty)$

c) $f(x) = |9 - x^2|$

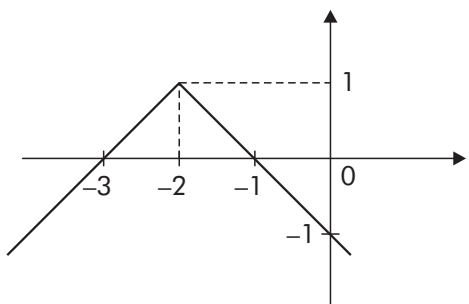


$\operatorname{Im} = [0, +\infty)$

d) $f(x) = 1 - |x + 2|$



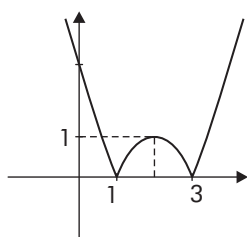
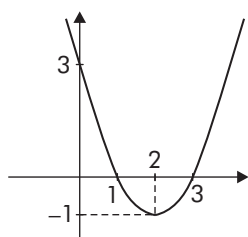
$y = 1 - |x + 2|$



$Im = (-\infty, 1]$
e) $f(x) = |x^2 - 4x + 3|$

$y = x^2 - 4x + 3$

$y = |x^2 - 4x + 3|$



$y_v = -1$
f) $f(x) = |2x + 4| - |x - 3|$

$Im = [0, +\infty)$

$$|2x + 4| = \begin{cases} 2x + 4, & x \geq -2 \\ -2x - 4, & x < -2 \end{cases}$$

$$|x - 3| = \begin{cases} x - 3, & x \geq 3 \\ -x + 3, & x < 3 \end{cases}$$

Para $x < -2$:

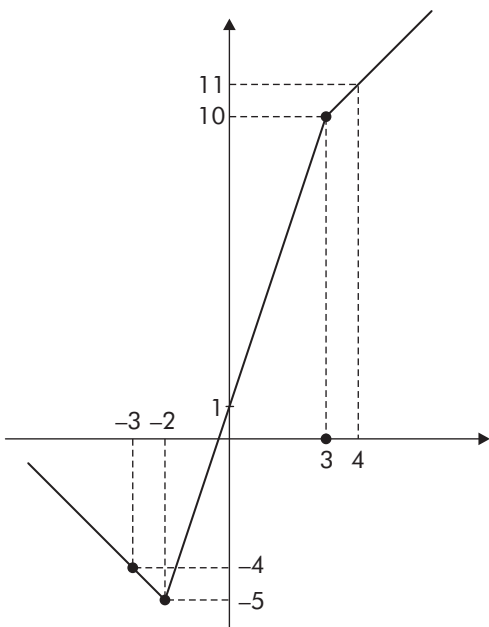
$|2x + 4| = -2x - 4$ e $|x - 3| = -x + 3$
Então $f(x) = -2x - 4 - (-x + 3) = -x - 7$

Para $-2 \leq x < 3$:

$|2x + 4| = 2x + 4$ e $|x - 3| = -x + 3$
Então $f(x) = 2x + 4 - (-x + 3) = 3x + 1$

Para $x \geq 3$:

$|2x + 4| = 2x + 4$ e $|x - 3| = x - 3$
Então $f(x) = 2x + 4 - (x - 3) = x + 7$



$Im = [-5, +\infty)$

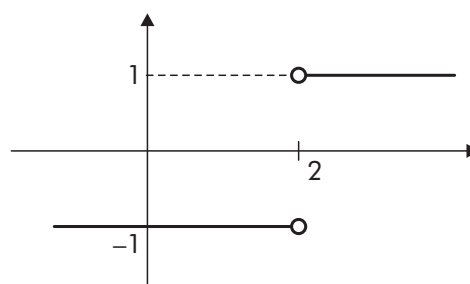
63) 33

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x - 2} = \frac{\sqrt{(x - 2)^2}}{x - 2} = \frac{|x - 2|}{x - 2}; x \neq 2$$

Como $|x - 2| = \begin{cases} x - 2, & x \geq 2 \\ -x + 2, & x < 2 \end{cases}$, temos:

$$f(x) = \frac{|x - 2|}{x - 2} = \begin{cases} \frac{x - 2}{x - 2} = 1, & x > 2 \\ \frac{-x + 2}{x - 2} = -1, & x < 2 \end{cases}$$

O gráfico de $f(x) = \begin{cases} 1, & x > 2 \\ -1, & x < 2 \end{cases}$ é



01. **Verdadeira.** Análise do gráfico.

02. **Falsa.** Intercepta em $(0, -1)$.

04. **Falsa.** Não é uma reta e não é decrescente.

08. **Falsa.** $Im = \{-1, 1\}$

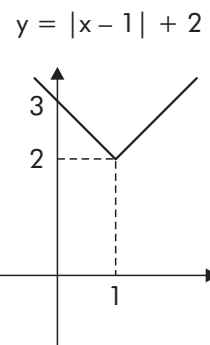
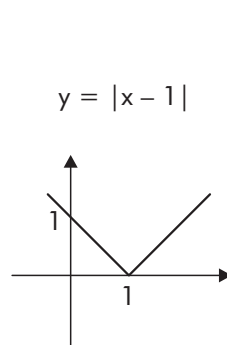
16. **Falsa.** $f(-2) + f(5) = -1 + 1 = 0$

32. **Verdadeira.**

$$f(-7) - f\left(\frac{1}{7}\right) + f(\sqrt{2}) + f(\pi) = -1 - (-1) - 1 + 1 = 0$$

64) D

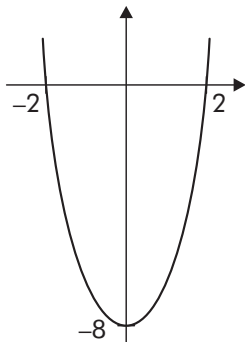
$y = |x - 1| + 2$



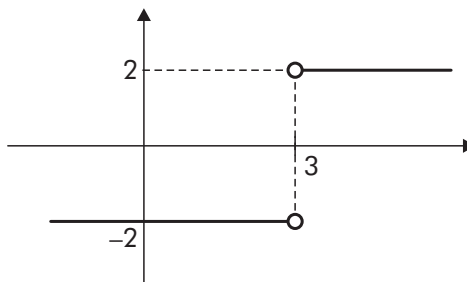
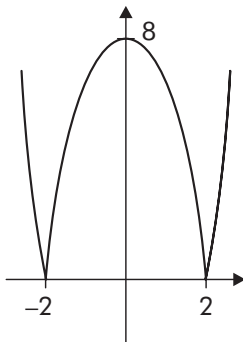
65) C

$$f(x) = |2x^2 - 8|$$

$$y = 2x^2 - 8$$

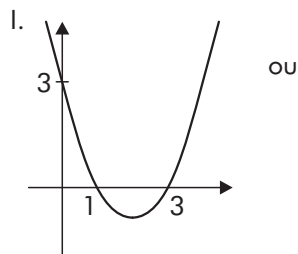


$$y = |2x^2 - 8|$$

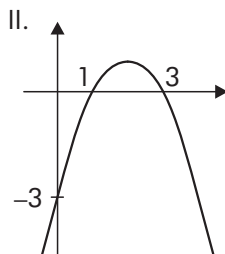


66) E

Sem o módulo, poderíamos ter as parábolas:



ou



I. $f(x) = a(x - 1) \cdot (x - 3)$
 $f(0) = 3$
 $\Rightarrow a \cdot (-1) \cdot (-3) = 3$
 $a = 1$
 $f(x) = (x - 1) \cdot (x - 3)$

Nesse caso, a parábola II seria:

$$f(x) = -(x - 1) \cdot (x - 3)$$

Dessa forma, com o módulo, a função é:

$$f(x) = |(x - 1) \cdot (x - 3)|$$

67) E

$$f(x) = \frac{2|x - 3|}{x - 3}; x \neq 3$$

Lembre-se de que $|x - 3| = \begin{cases} x - 3, & x \geq 3 \\ -x + 3, & x < 3 \end{cases}$

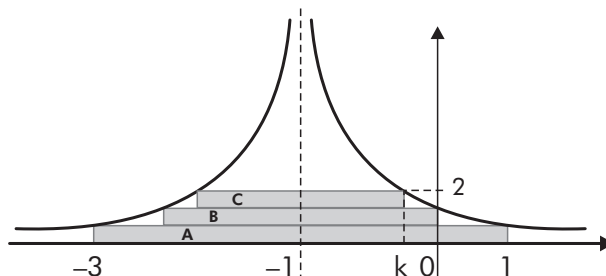
Assim, para $x < 3$, temos:

$$f(x) = \frac{2 \cdot (-x + 3)}{x - 3} = -2$$

Para $x > 3$, obtemos:

$$f(x) = \frac{2 \cdot (x - 3)}{x - 3} = 2$$

68) B



$$f(x) = \frac{1}{|x + 1|}; x \neq -1$$

Área A
base = 4

$$\text{altura} = f(1) = \frac{1}{2}$$

$$A = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$$

Área B
base = 2

$$\text{altura} = f(0) - f(1) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$B = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

Área C
 $f(k) = 2$

$$\frac{1}{|k + 1|} = 2$$

$$|k + 1| = \frac{1}{2}$$

$$k + 1 = \frac{1}{2}$$

$$k = -\frac{1}{2}$$

ou

$$k + 1 = -\frac{1}{2}$$

$$k = -\frac{3}{2}$$

Assim:

$$\text{base} = 1$$

$$\text{altura} = 2 - f(0) = 2 - 1 = 1$$

$$C = 1 \cdot 1 = 1$$

$$S_{\text{hachurada}} = A + B + C = 2 + 1 + 1 = 4$$

69) C

No intervalo $-1 < x < \frac{1}{2}$

$$|x + 1| = x + 1 \text{ e}$$

$$|2x - 1| = -2x + 1$$

Assim:

$$y = |x + 1| + |2x - 1| = x + 1 - 2x + 1 = -x + 2$$

Assim, $a = -1$ e $b = 2$.

70) 03

01. **Verdadeira.** $f(x) = 3x^4 - 2x^2 + 4$ é um polinômio com todos os expoentes pares.

02. **Verdadeira.** $f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 2x$ é um polinômio com todos os expoentes ímpares.

04. **Falsa.**

$$f(1) = -3$$

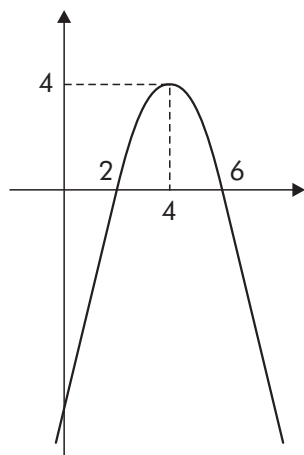
$$f(-1) = 5$$

08. **Falsa.**

$$f(x) = -x^2 + 8x - 12$$

$$x' = 2; x'' = 6$$

$$x_v = 4; y_v = 4$$



Decresce em $[4, +\infty)$.

16. **Falsa.** $f(x) = x^2 + x$ não é par nem ímpar.

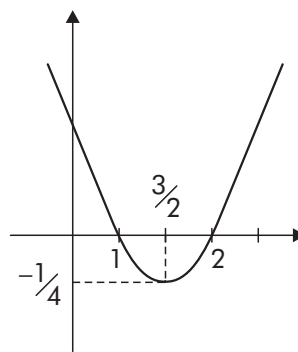
32. **Falsa.** $f(x) = \text{tg } x$ é ímpar, pois $\text{tg } x = -\text{tg } (-x)$.

71) A

$$f(x) = x^2 - 3x + 2$$

$$x' = 2; x'' = 1$$

$$x_v = \frac{3}{2}; y_v = -\frac{1}{4}$$



IV. **Falsa.**

$$f(1) = 0$$

$$f(-1) = 6$$

72) 17

01. **Verdadeira.** Para $1 < t < 2$, a função é do 1º grau.

$$f(t) = at + b, \text{ com } a < 0.$$

Toda função do 1º grau tem a taxa de crescimento/decrescimento constante e igual a a .

02. **Falsa.** É do tipo $ax + b$, com $a > 0$.

04. **Falsa.** Entre 2 e 3, a temperatura cai de 25 para 5, e entre 1 e 2, cai de 15 para 10.

08. **Falsa.** Não há valor de temperatura no tempo $t = 2$.

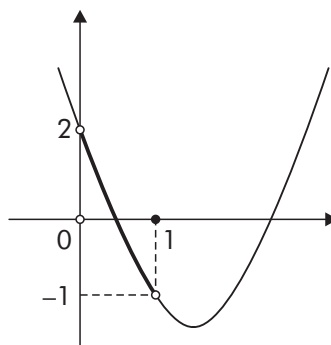
16. **Verdadeira.** $f(3) = 5$

73) C

$$f(x) = 2x^2 - 5x + 2$$

$$x' = \frac{1}{2}; x'' = 2$$

$$x_v = \frac{5}{4}; y_v = -\frac{9}{8}$$



No intervalo $0 < x < 1$, a função é sempre decrescente.

74) A

$$f(x) \geq 1 \text{ para } x \leq 0$$

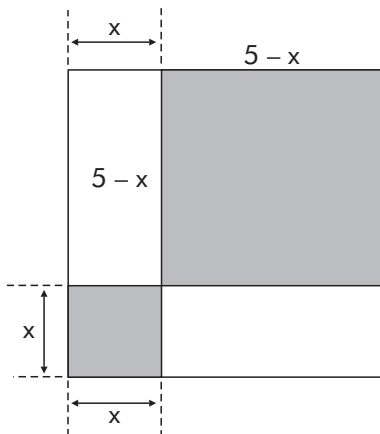
$$75) \text{ a) } 0,8 \text{ horas} = 0,8 \cdot 60 = \frac{8}{10} \cdot 60 = 48 \text{ minutos}$$

$$\text{ b) } (6 - 0,8) \text{ horas} = 5,2 \text{ horas} =$$

$$= 5 \text{ horas} + \frac{2}{10} \cdot 60 \text{ minutos} =$$

$$= 5 \text{ horas} + 12 \text{ minutos}$$

76) E



$S = 25$

$l = 5$

$A(x) = x^2 + (5 - x)^2; 0 < x < 5$

$A(x) = x^2 + 25 - 10x + x^2$

$A(x) = 2x^2 - 10x + 25$

$x_v = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$

Lembre-se de que o domínio é $0 < x < 5$.

$A(x)$ cresce em $\left(\frac{5}{2}, 5\right)$.

77) B

$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}; x \neq 1$

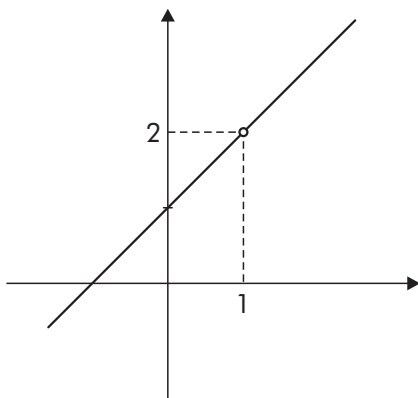
$f(x) = m; x = 1$

Para $x \neq -1$:

$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{(x - 1) \cdot (x + 1)}{(x - 1)} = x + 1$

Assim:

$f(x) = \begin{cases} x + 1, & x \neq 1 \\ m, & x = 1 \end{cases}$



A função $f(x)$ será uma reta se $m = 2$.

- 78) a) Par. Polinômio com todos os expoentes pares.
- b) Ímpar. Polinômio com todos os expoentes ímpares.
- c) Sem paridade. $f(1) = 3; f(-1) = 9$
- d) Par. Toda função constante é par.
- e) Par. O gráfico é simétrico em relação ao eixo y .
- f) Par. O gráfico é simétrico em relação ao eixo y .
- g) Sem paridade. $f(1) = 2; f(-1) = 4$
- h) Par. O gráfico é simétrico em relação ao eixo y .
- i) Ímpar. Lembre-se de que (ímpar) \cdot (par) = ímpar
- j) Ímpar. Polinômio com todos os expoentes ímpares.
- l) Par. Lembre-se de que (par) + (par) = par
- m) Ímpar. Lembre-se de que (ímpar) + (ímpar) = ímpar

79) A

$f(x) = \frac{1}{x^2}$ é par, pois $\frac{\text{par}}{\text{par}} = \text{par}$, ou, pela definição,

$f(-x) = \frac{1}{(-x)^2} = \frac{1}{x^2} = f(x)$

80) A

Sejam $f(x) = x$ e $g(x) = x^3$ duas funções ímpares.

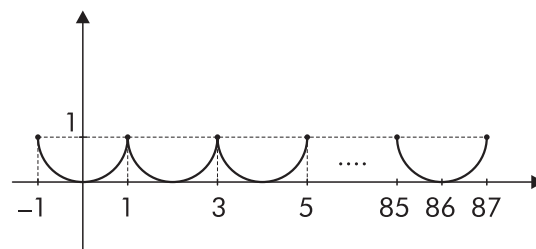
$f(x) \cdot g(x) = x^4$ é função par.

É possível mostrar que sempre teremos

(ímpar) \cdot (ímpar) = par.

81) $f(x) = x^2; -1 \leq x \leq 1$

Período 2 (repetição do gráfico a cada 2 unidades)



No intervalo $85 \leq x \leq 87$, o gráfico é uma parábola com $x' = x'' = 86$.

$f(x) = a \cdot (x - 86) \cdot (x - 86)$

$f(85) = 1$

$a \cdot (85 - 86) \cdot (85 - 86) = 1$

$a = 1$

Logo,

$f(x) = 1 \cdot (x - 86) \cdot (x - 86)$

$f(x) = (x - 86)^2$

82) a) $A = b \cdot h$

$f(x) = (50 - x) \cdot x$

$f(x) = -x^2 + 50x$

$f(x) = -x^2 + 50x$

C.E.: $50 - x > 0$

$x < 50$ e $x > 0$

$0 < x < 50$

$$b) x_v = \frac{-b}{2a}$$

$$x_v = \frac{-50}{-2}$$

$$x_v = 25$$

Área máxima para $x = 25$ cm

$$A = (50 - 25) \cdot 25$$

$$A = 25 \cdot 25$$

$$A = 625 \text{ cm}^2$$

$$83) a) 25 = 8,5 + 0,75T_B$$

$$0,75T_B = 25 - 8,5$$

$$T_B = \frac{16,5}{0,75}$$

$$T_B = 22 \text{ }^\circ\text{C}$$

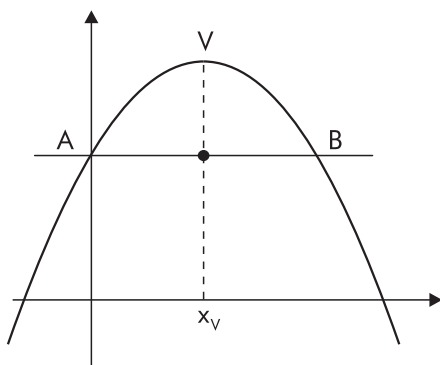
$$b) T_A = 8,5 + 0,75 \cdot 30$$

$$T_A = 8,5 + 22,5$$

$$T_A = 31 \text{ }^\circ\text{C}$$

(Diretamente proporcional)

84) D

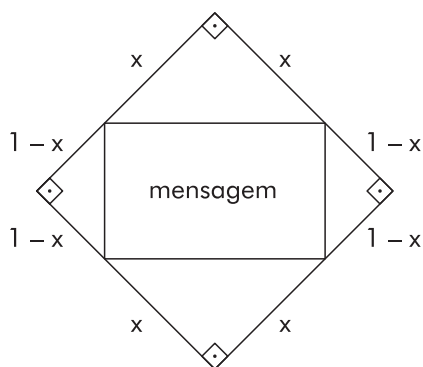


$$x_v = -\frac{-b}{2a}$$

$$\overline{AB} = 2 \cdot \left(\frac{-b}{2a}\right)$$

$$\overline{AB} = \frac{-b}{a}$$

85) C



$$A_m = 1 - 2 \cdot \left(\frac{x^2}{2}\right) - 2 \cdot \frac{(1-x)^2}{2}$$

$$A_m = 1 - x^2 - (1 - 2x + x^2)$$

$$A_m = -2x^2 - 2x - 1$$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

$$y_v = \frac{4 - 8}{-16}$$

$$y_v = +\frac{1}{2}$$

86) A

Gráfico que apresenta uma única raiz igual a $a - 1$.

$$g(x) = -(|x + 1|^2 + |x + 1|)$$

Raiz

$$-(|x + 1|^2 + |x + 1|) = 0$$

$$|x + 1|^2 + |x + 1| = 0$$

$$|x + 1|^2 = 0$$

$$(x + 1)^2 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$x' = -1 \quad x'' = -1$$

$$|x + 1| = 0$$

$$x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

87) 55

01. Correta.

$$t_{\text{máx.}} \Rightarrow x_v = \frac{-b}{2a}$$

$$x_v = \frac{-300}{-10} \Rightarrow x_v = 30, t = 30 \text{ s}$$

02. Correta.

$$v = 300 - 10t$$

$$v = 300 - 10 \cdot 30$$

$$v = 0$$

04. Correta. $a = -10 \text{ m/s}^2$, conforme o enunciado.

08. Incorreta.

$$d = 0 \Rightarrow 300t - 5t^2 = 0$$

$$5t(-t + 60) = 0$$

$$5t = 0$$

$$\text{inicial} \Rightarrow t' = 0 \text{ s}$$

$$-t + 60 = 0$$

$$t'' = 60 \text{ s} \Rightarrow \text{final}$$

$$v = 300 - 10t$$

$$v = 300 - 10 \cdot 60$$

$$v = -300 \text{ m/s}$$

16. Correta.

$$d_{\text{máx.}} \Rightarrow y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

$$y_v = \frac{-90000}{-20}$$

$$y_v = 4500 \text{ m}$$

32. **Correta.**

$$d = 0 \Rightarrow 300t - 5t^2 = 0$$

$$5t(-t + 60) = 0$$

$$5t = 0$$

$$t = 0 \text{ inicial}$$

$$-t + 60 = 0$$

$$t = 60 \Rightarrow \text{final}$$

88) 03

01. **Correta.**

$$f(x) = \sqrt{x^2}$$

$$f(x) = |x|$$

$$f(x) = g(x)$$

02. **Correta.**

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

$$g(x) = \frac{\sqrt{x}}{x}$$

$$g(x) = f(x)$$

04. **Incorreta.**

$$f(-1) = \sqrt{(-1)^2}$$

$$f(-1) = 1$$

$$g(-1) = -1$$

Logo, $f(x) \neq g(x)$.

08. **Incorreta.**

$$g(x) = x$$

$$D(G) = \mathbb{R}$$

$$f(x) = (\sqrt{x})^2$$

$$D(f) = \mathbb{R}_+$$

$$\text{C.E.: } x \geq 0$$

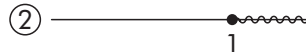
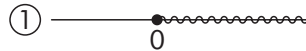
Como $D(G) \neq D(f)$, $g(x) \neq f(x)$.

16. **Incorreta.**

Analisando os domínios

$$D(f) \rightarrow x \geq 0 \text{ e } x - 1 > 0$$

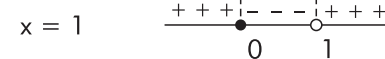
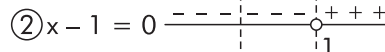
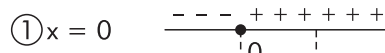
$$\textcircled{1} \quad \downarrow \quad \textcircled{2}$$



$$D(f) = \{x \in \mathbb{R} / x > 1\}$$

$$D(g) \rightarrow \frac{x}{x-1} \geq 0 \quad \text{C.E.} \rightarrow x - 1 \neq 0$$

$$x \neq 1$$



$$D(g) = \{x \in \mathbb{R} / x \leq 0 \cup x > 1\}$$

Assim, $D(f) \neq D(g)$.

89) $A = 2 \cdot (32 - 2x) \cdot x + 2 \cdot (56 - 2x) \cdot x$

$$A = 64x - 4x^2 + 112x - 4x^2$$

$$A = -8x^2 + 176x$$

$$x_v = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x_v = -\frac{176}{-16}$$

$$x_v = 11$$

Logo x deverá medir 11 cm.